

### **Explanatory latent variable modeling of mathematical ability in primary school: crossing the border between psychometrics and psychology**

Leiden, Universiteit Leiden, 2011, 283 pagina's, ISBN 978-90-8891-326-6

*Marian Hickendorff*

Dit proefschrift gaat over de oplossingsstrategieën van leerlingen, omdat deze volgens Hickendorff en haar begeleiders een belangrijke rol spelen in de door hen waargenomen prestatieachteruitgang bij het vak rekenen-wiskunde op de basisschool. Om deze oplossingsstrategieën en de prestaties van de leerlingen te analyseren zijn geavanceerde statistische modelleertechnieken gebruikt waar naar latente variabelen is gekeken. Zo is latente klasse analyse gebruikt om de leerlingen in te delen in groepen met verschillend strategiegebruik. Met verklarende IRT modellen worden geschatte scores van de verschillende groepen vergeleken om zo de effecten van de afzonderlijke strategieën vast te kunnen stellen.

Het eerste hoofdstuk is een vertaling in het Engels van het hoofdstuk dat Hickendorff voor het KNAW-rapport (2009) heeft geschreven. Uit deze review van 25 studies uit de Nederlandse onderzoeksliteratuur komt vooral naar voren dat “geen eenduidige conclusies” (p. 274) over de relatie tussen de inhoud van het reken-wiskundeonderwijs en leerprestaties getrokken kunnen worden. Verder onderzoek was nodig, en dat is “precies wat in het huidige promotieproject gedaan is” (p. 272).

Het tweede hoofdstuk bevat een aangescherpte analyse van de resultaten van de periodieke peilingen aan het einde van groep 8. Hickendorff wil hier meer inzicht verschaffen in het waarom van de geconstateerde prestatiedaling bij complex delen. Van 1618 leerlingen werden gegevens gebruikt uit de peilingen van 1997 en 2004. Vier oplossingsstrategieën werden geïdentificeerd: ‘traditioneel’ (staartdeling), ‘realistisch’ (happen, splitsen), ‘niets opgeschreven’ en ‘anders’

(als de strategie onduidelijk was). De terminologie die Hickendorff voor de strategieën gebruikt is enigszins geforceerd. De verschillen tussen ‘traditionele’ en ‘realistische’ strategieën zijn veel minder aanwezig dan zij doet voorkomen. De ‘traditioneel’ genoemde strategie betreft niets anders dan het einddoel van de ‘realistische’ leerlijn. Bij delen betreft het een voorfase, met het voordeel dat de procedure meer transparant is dan het meest verkorte algoritme en beter wordt geleerd te schatten. Het gebruiken van termen die beschrijven wat kinderen doen was beter geweest: schriftelijk cijferen, schriftelijk rekenen met hele getallen, en hoofdrekenen. Dit gezegd hebbende, houden we voor de leesbaarheid van de bespreking toch haar termen aan. Steeds minder leerlingen blijken op de ‘traditionele’ wijze te delen, terwijl het aantal dat ‘realistisch’ te werk gaat ongeveer gelijk is gebleven. Leerlingen zijn vaker een strategie gaan gebruiken waarbij niets wordt opgeschreven (44% in 2004 tegenover 26% in 1997) wat samenging met mindere prestaties bij het delen. Als statistisch gecontroleerd werd voor strategiegebruik bleek een lichte prestatiedaling voor alle strategieën te blijven bestaan. Prestaties van leerlingen die een ‘traditionele’ of ‘realistische’ strategie gebruiken verschilden niet.

Of ditzelfde patroon ook bij vermenigvuldigen optreedt wordt in het derde hoofdstuk uitgezocht. Het ‘traditionele’ algoritme werd minder gebruikt, splitstechnieken en niets opschrijven steeds meer, met daarbij een daling van de accuratesse van alle strategieën. Meisjes gebruikten vaker het ‘traditionele’ algoritme en schreven meer op dan jongens. Als leerlingen een ‘traditionele’ strategie gebruikten werden betere resultaten behaald. De invloed van de opvatting van de leerkracht over het strategiegebruik bij delen en vermenigvuldigen bleek het grootst te zijn bij het ‘traditionele’ algoritme. De staartdeling werd alleen gebruikt door leerlingen van leerkrachten die deze aanpak ook onderwezen. Volgens Hickendorff komt dit doordat de ‘realistische’ aanpak minder gestructureerd is

en leerlingen niet weten waar te beginnen en wat te doen, terwijl leerkrachten die de staartdeling onderwijzen wellicht standaardprocedures belangrijk vinden en zodoende het leerling-gedrag beïnvloeden. Daarom vindt zij dat de implementatie van verschillende aspecten van realistisch rekenen zou moeten worden heroverwogen (p. 109). Hier is enig commentaar op zijn plaats. Goed geïmplementeerd realistisch reken-wiskunde-onderwijs kent een duidelijke opbouw volgens het principe van progressief schematiseren. Dit is inderdaad niet in alle methodes terug te zien en geldt ook ten aanzien van duidelijke aanwijzingen van de notatie. Het 'traditionele' algoritme dat bij vermenigvuldigen tot betere resultaten leidt maakt gewoon deel uit van de realistische leerlijn, het is het eindstation waar de op getallen gebaseerde, strategieën toe leiden (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys & Treffers, 2001). Aangezien de 'niet-traditionele' strategieën een voorfase vormen van de 'traditionele' strategie is het niet minder dan logisch dat de leerlingen, die de 'traditionele' methode gebruiken, betere resultaten behalen. Deze kinderen zijn simpelweg al verder in hun ontwikkeling!

Voor het tweede deel van het proefschrift is originele data verzameld. Om uit te zoeken hoe hoofdrekenen en schriftelijk rekenen samenhangen met prestaties werden leerlingen eerst vrij gelaten welke strategie te gebruiken, waarna equivalente opgaven nogmaals verplicht op papier moesten worden uitgerekend. Aan dit experiment deden 362 leerlingen uit groep 8 mee. Leerlingen die meer opschreven haalden betere scores en items waarbij meer op werd geschreven werden beter gemaakt. Een leerling die bij een item voor hoofdrekenen koos, maar bij een ander item voor een geschreven strategie verhoogde in het tweede geval de kans op een correct antwoord. Vervolgens werd een complete choice/no choice studie naar het strategiegebruik bij deelopgaven uitgevoerd. Eerst hadden leerlingen weer vrije keuze, gevolgd door verplicht hoofdrekenend en schriftelijk oplossen van de opgaven. De proefpersonen waren 86 leerlingen uit groep 8. De leerlingen bleken hun strategiekeuze aan te passen aan de opgaven, voor sommige items werd

een geschreven strategie gebruikt, voor andere een hoofdrekenstrategie. Dit kiezen van een geschikte strategie in plaats van blind altijd dezelfde werkwijze kiezen past helemaal bij realistisch reken-wiskundeonderwijs. Opvallend was dat jongens vaker kozen voor hoofdrekenen, ze leken meer gericht op het vinden van het antwoord. Meisjes daarentegen leken meer geneigd om het kunnen rekenen zichtbaar te maken door de berekening te laten zien.

De invloed van de taalvaardigheid van leerlingen op reken-wiskunde-prestaties in groep 3, 4 en 5 wordt in hoofdstuk zes onderzocht. Voor de vergelijking van de invloed van taalvaardigheid op prestaties op kale en contextopgaven werden data verzameld van ongeveer 2200 leerlingen. Ondanks bijna 70% gedeelde variantie worden prestaties op context en kale opgaven als losstaande vaardigheden beschouwd. De taalvaardigheid van leerlingen was, evenals de thuis gesproken taal, meer van invloed op de prestaties op contextopgaven dan op kale opgaven. Dit effect nam af naarmate de leerlingen verder vorderden in hun schoolcarrière. Een conclusie van Hickendorff is dat "[in using contextual problems] we are missing out on important information provided by administering standard computation problems" (p. 191). Hier valt wat voor te zeggen, hoewel het tegenovergestelde eveneens waar kan zijn. Welke informatie we precies missen door contextopgaven te geven wordt niet uitgelegd. Een zorgvuldig samengestelde toets met een combinatie van beide soorten opgaven zou de beste informatie verschaffen.

Hoofdstuk zeven bouwt voort op deze resultaten met de aanpassing dat nu in groep 8 gekeken wordt naar het effect van de presentatiewijze (in context of kaal) van de opgaven. Opvallend in vergelijking tot het voorgaande is dat er nu 100% gedeelde variantie tussen kale en contextopgaven bestaat. Hier betreft het blijkbaar wel één enkele vaardigheid (p. 212). Hickendorff voert als verklaring aan dat in groep 8 de leerlingen sterker ontwikkelde cognitieve schema's hebben, dankzij meerdere jaren formele scholing, en zo geen verschil meer zien tussen opgaven met of zonder context. Hier werd dan ook geen effect van gevonden: "Furthermore con-

textual problems did not elicit different solution strategies, contrary to expectations [...] based on RME theory (e.g. Van den Heuvel-Panhuizen et al., 2009)” (p. 220). Dit is een onjuiste toeschrijving aan de realistische theorie. Als binnen realistisch reken-wiskundeonderwijs wordt gezegd dat contexten strategieën aanreiken, gaat het vooral over het begin van het leerproces. Contexten kunnen informele, context-gerelateerde oplossingswijzen uitlokken die kinderen uit het dagelijks leven kennen. Bij dit onderzoek gaat het echter over leerlingen uit groep 8 die wat betreft de gepresenteerde opgaven al een heel leerproces achter de rug hebben. Bij bekende opgaven spelen contexten dan niet meer de rol van het uitlokken van strategieën. Dat overigens geen effect van de context is gevonden is ook nog verre van verrassend als naar de gebruikte opgaven wordt gekeken. De zestien opgaven zijn eigenlijk weinig meer dan redactiesommen met een plaatje eraan.

## Conclusie

Dit proefschrift geeft een goed overzicht van hoe leerlingen tegenwoordig opgaven over de verschillende rekenbewerkingen aanpakken. De twee belangrijkste resultaten van het proefschrift van Hickendorff zijn enerzijds de waarde van de door haar gebruikte analysemethodes voor het modelleren van oplossingsstrategieën en reken-wiskundeprestaties en anderzijds de bevinding dat het gebruik van verschillende oplossingswijzen de reken-wiskundeprestaties van leerlingen in het basisonderwijs beïnvloedt. Het analyseren van op grote schaal verzamelde data om daarna gerichte experimenten op te kunnen zetten waarin de opgeworpen hypothesen worden uitgezocht is sterk. Het proefschrift heeft een logische structuur waarbij vrijwel ieder manco of punt van verbetering dat in het ene hoofdstuk opkomt in de volgende hoofdstukken gaandeweg wordt uitgediept. Het is dan ook niet verrassend dat Marian Hickendorff het *judicium Cum Laude* toegekend kreeg voor haar onderzoek.

Desalniettemin verschillen wij over enkele keuzes evenals over de uitwerking van ver-

schillende aspecten van dit onderzoek met de auteur van mening. Zoals eerder genoemd hebben wij onze twijfels bij de gebruikte terminologie. Het onderscheid dat Hickendorff aanbrengt tussen een geschreven en een niet-geschreven strategie (hoofdrekenen) dekt niet alles. Een geschreven strategie is niet per definitie anders dan een ongeschreven strategie. Sommige kinderen cijferen in het hoofd en een opgeschreven oplossingsweg kan een hoofdrekenaanpak weerspiegelen. Dit brengt ons bij het feit dat voor de oplettende lezer een impliciet doel door de tekst van dit proefschrift schemert. Geregeld worden evaluerende uitspraken betreffende het realistisch reken-wiskundeonderwijs gedaan. Natuurlijk is het logisch dat de hervorming van het reken-wiskundeonderwijs besproken wordt in een proefschrift over het rekenen op de basisschool, maar op verschillende plaatsen lijkt een zekere vooringenomenheid ten opzichte van verschillende aspecten van het realistisch rekenen de objectieve blik van Hickendorff te vertroebelen. Als ze dit had weten te voorkomen was dat de kwaliteit van het proefschrift nog meer ten goede gekomen.

Een laatste punt van kritiek is dat Hickendorff op meerdere plekken schrijft “we argue that...” waar zelden een complete of valide argumentatie aan vooraf gaat of op volgt (e.g. p. 56, 71, 110, 128 en 232). Natuurlijk kan deze kritiek afgedaan worden met een verwijzing naar het gezegde “niet op alle slakken zout leggen”, maar ondanks dat het misschien een taalkundige onduidelijkheid betreft, wordt er bijzonder weinig beargumenteerd in dit proefschrift. Dit punt is van belang bij de overweging van het in de ondertitel aangekondigde overbruggen van het gat tussen de psychometrie en de psychologie. De bespreking van de gebruikte modellen gaat voorbij aan inzichtelijke redenen waarop de keuzes gebaseerd zijn, terwijl juist die redenen de grens zouden kunnen doen verdwijnen (zie ook Borsboom, 2006). Nu verzandt de bespreking van de modellen in technische details, waar het gros van de lezers geen boodschap aan heeft. Er kan dus moeilijk gezegd worden dat de brug in het algemeen geslagen is. Wij geloven alleszins dat Hickendorff zelf deze grens overgestoken

heeft, getuige het hoge psychometrische en substantiële niveau van dit proefschrift, maar ze geeft de lezers weinig handvatten om haar op deze weg te volgen.

## Literatuur

- Borsboom, D. (2006). The attack of the psychometricians. *Psychometrika*, 71(3), 425-440.
- Hickendorff, M., Heiser, W. J., Putten, C. M. van, & Verhelst, N. D. (2009). How to measure and explain achievement change in large-scale assessments: a rejoinder. *Psychometrika*, 74(2), 367-374.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. H. A. M., Buys, K., & Treffers, A. (2001). Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. H. A. M., Robitzsch, A., Treffers, A., & Köller, O. (2009). Large-scale assessment of change in student achievement: Dutch primary school students' results on written division in 1997 and 2004 as an example. *Psychometrika*, 74(2), 351-365.

*Michiel Veldhuis en  
Marja van den Heuvel-Panhuizen  
Freudenthal Institute for Science  
and Mathematics Education,  
Universiteit Utrecht*