

# Cognitiefpsychologisch onderzoek bezien vanuit vakdidactisch perspectief

H. A. A. van Eerde en J. M. C. Nelissen

## Samenvatting

In deze discussiebijdrage worden de artikelen uit dit themanummer getypeerd aan de hand van enkele gemeenschappelijk kenmerken, gevolgd door een kritische reflectie vanuit vakdidactisch perspectief op elk artikel. Hierbij wordt onder meer gekeken of de gepresenteerde theorieën, methoden en onderzoeken relevant zijn voor rekenwiskundeonderwijs en -onderzoek, of zij dat kunnen verrijken en welke problemen er kunnen kleven aan het afleiden van vakdidactische implicaties uit dit onderzoek. In drie slotparagrafen gaan we in op enkele algemene overwegingen bij de vier artikelen.

## 1 Algemene typering van de onderzoeken

De hier gerapporteerde onderzoeken kunnen alle worden getypeerd als cognitiefpsychologisch onderzoek. De theoretische oriëntatie van de onderzoekers is de informatieverwerkingsbenadering. Psychologische theorieën worden onderzocht binnen het domein van rekenen/wiskunde. Cognitief psychologen vatten het toepassingsdomein van hun onderzoek op als een gegeven: ze richten zich op wat is en niet zozeer op wat zou moeten zijn of kunnen zijn, zoals in vakdidactisch onderzoek (Verschaffel, 2009).

Methodisch gezien gaat het om kwantitatief onderzoek met een (quasi-)experimentele opzet. De onderzoeken zijn vooral gericht op theorievorming over processen en op de resultaten van processen, maar er wordt nauwelijks gekeken naar de denkprocessen die verweven zijn met het oplossen van wiskundige problemen. In de gerapporteerde onderzoeken worden bijna uitsluitend direct waarneembare kwantitatieve gegevens verzameld zoals antwoorden en reactietijden, op basis waarvan conclusies worden getrokken over onderliggende processen. Met uitzonde-

ring van het onderzoek van Luwel e.a. vindt geen datatriangulatie plaats, bijvoorbeeld door systematisch te observeren wat proefpersonen doen tijdens het uitvoeren van opdrachten.

## 2. Primingeffecten in het strategiekeuzeproces bij wiskundetaken onderzocht en bekeken vanuit het perspectief van Siegler's theorie van *strategic change*

Luwel e.a. baseren hun artikel over priming grotendeels op de *overlapping waves theory* van Siegler (Siegler, 1996) en het SCADS-model waarin hij het keuzeproces voor een strategie beschrijft. Kenmerkend voor dit proces is dat subjecten altijd uit meerdere mogelijkheden kunnen kiezen. *Associatieve* kennisstructuren bevatten impliciete kennis die wordt gezien als een set van associaties tussen opgaven, strategieën en antwoorden. Het keuzeproces voor een bepaalde strategie wordt gereguleerd door met associaties verbonden kennis (zo kan  $3 + 4$  geassocieerd zijn met 1, 6, 7 of 8). De kwestie waar Siegler aandacht voor vraagt, luidt hoe een leerling daarbij te werk gaat. De meest gebezigde term is 'associatief' en het lijkt daardoor dat het vooral associatiewetten zijn die het keuzeproces beïnvloeden. De onderzoekers zeggen: "... heeft de grootste kans gekozen te worden door *het model*" (cursivering auteurs). En: "... bepaalt *het model* (cursivering auteurs) eerst ..." *Het model*, is dat de leerling? Het gebruik van dit begrip maakt het lastig te beoordelen of er sprake is van een bewuste keuze of van automatisch verlopende, mechanische processen die de leerlingen als het ware overkomen.

Het onderzoek richt zich vooral op de primingcomponent in SCADS. Priming houdt in dat de leerling geneigd is een vaker gehanteerde strategie nogal rigide te herhalen, ook als dat niet zo handig lijkt. Luwel e.a. lieten

in twee experimenten studenten (bij Pedagogische Wetenschappen) in een rooster van 50 vakjes bepalen hoeveel blokjes er gekleurd zijn. De conclusie van de onderzoekers is dat er weliswaar een effect van voorafgaand gebruik van een strategie werd gevonden, maar dat dit effect beperkt bleef tot een relatief klein bereik van getallen, terwijl bovendien de verschillen tussen de subjecten heel groot waren. De conclusie luidt dat de associatie met een handige strategie de invloed van priming sterk vermindert. Deze studie werd echter uitgevoerd bij studenten. De auteurs vermoeden dat bij kinderen priming meer invloed heeft op de keuze van de strategie, onder meer omdat de metacognitie nog niet zo sterk ontwikkeld is. Dit vermoeden kan enigszins gerelativeerd worden op basis van gegevens uit eerder onderzoek. Van der Heijden (1993) liet namelijk in onderzoek zien dat *goede* rekenaars in groep 4 bij de aanpak van problemen zich oriënteren op de aard van het probleem. Deze leerlingen blijken niet rigide te zijn in de keuze van de strategie, geen last te hebben van effecten van priming en flexibel een strategie te kiezen. Leerlingen op een middenniveau zijn minder flexibel en slechts 20% van de onderzochte leerlingen bleek rigide. Het effect van ongewenste priming kan naar ons idee worden verminderd door de leerlingen éérst naar de aard en structuur van de opgave te laten kijken alvorens voor een strategie te kiezen.

Het is opvallend dat de auteurs ter besluit pittige kritiek leveren op het (nogal mechanistische) model van Siegler waarin metacognitieve structuren “slechts in beperkte mate zijn geoperationaliseerd”, terwijl ze wel voor zijn theorie als leidraad hebben gekozen. En inderdaad lijken bepaalde ideeën uit zijn theorie, zoals het idee dat de ontwikkeling van strategiegebruik niet volgens een vaststaand patroon verloopt, de moeite waard om verder te onderzoeken. Siegler onderwaardert echter, zeggen de auteurs, conceptuele kennis: getalinzicht, reflectie, schematiseren, enz. Aan deze kritiek zouden we willen toevoegen dat er te veel wordt vertrouwd op de (bijna) autonome werking van associaties, waarop de proefpersonen niet veel greep lijken te hebben. Aan de psychologische kwestie wat leerlingen *denken en doen* als ze in

een keuzeproces zijn verwickeld, besteedt Siegler onvoldoende aandacht.

### 3 Executieve functies en de ontwikkeling van (voorbereidend) rekenen

Uit onderzoek blijkt dat vooral *updating* een voorspeller is van rekenvaardigheid. Kroesbergen e.a. beschrijven twee quasi-experimentele studies naar de relatie tussen executieve functies en rekenvaardigheid. In de eerste studie liet men voor het meten van getalbegrip leerlingen getallen op de juiste plaats zetten op een getallenlijn van 0 tot 10 (in groep 1) of van 0 tot 100 (in groep 2). Dit zijn zeer moeilijke taken voor kleuters die doorgaans wel tot 10 kunnen tellen in groep 1 en tot 20 in groep 2, maar nog niet in staat zijn om getallen op een getallenlijn te positioneren. De kinderen uit groep 1 bleken inderdaad niet te begrijpen wat de bedoeling van de opdracht was. Ook bij twee andere rekentaken over het vergelijken van getallen tot 100 en het categoriseren van getallen tot 100 naar grootte in dezelfde studie, rijst de vraag of men met deze opgaven wel een valide meting kan uitvoeren bij deze jonge kinderen. Dergelijke taken vereisen kennis van de orde van grootte van getallen tot 100 waarover kinderen op deze leeftijd doorgaans niet beschikken.

Op grond van beide studies wordt geconcludeerd dat executieve functies samenhangen met rekenen en zelfs gedeeltelijk de rekenvaardigheid kunnen voorspellen en dat dit met name geldt voor *updating*. Deze conclusies lijken ons onvoldoende onderbouwd door de empirische gegevens. Allereerst kan men vragen stellen over de kwaliteit van de gehanteerde meetinstrumenten. De auteurs vermelden dat er vrijwel geen gegevens zijn over de in de tweede studie gebruikte meetinstrumenten voor de executieve functies, en er is in het artikel onvoldoende informatie te vinden over de validiteit en betrouwbaarheid van de meetinstrumenten voor rekenen. Ook merken de onderzoekers op dat het door de rol van getallen in diverse executieve taken erg lastig is om executieve functies onafhankelijk van rekenen of andere cognitieve

taken, die als afhankelijke variabelen fungeren, te meten.

Wij vragen ons af of de executieve functies niet nauw samenhangen met basale cognitieve vaardigheden zoals redeneren, reflecteren, analyseren en symboliseren, die waarschijnlijk dus ook een rol spelen bij het uitvoeren van de taken. Het zou kunnen dat de executieve geheugenfuncties in *samenhang* met cognitieve functies die het mathematiseren typeren, de verschillen tussen kinderen verklaren. De betekenis van het concept van algemene executieve functies wordt door de auteurs van het artikel overigens ook betwijfeld: “Zitten we niet op het verkeerde spoor?” vragen zij zich af. We delen deze twijfels en zien de problematiek waarvoor de onderzoekers staan.

De auteurs suggereren dat het mogelijk veeleer om concrete, lagere orde controleprocessen gaat, die lokaal de uitvoering van taken reguleren. Dat zijn processen waarbij het gaat om keuzes uit een verzameling van ‘responsen’ in relatie tot een ‘stimulus’. De relatie tussen beide wordt als het ware automatisch gemoduleerd. Sommige ‘routes’ worden geactualiseerd en andere onderdrukt. De nadruk wordt gelegd op ‘automatische processen’. Deze processen beïnvloeden de representatie van de taak, de elaboratie van het werkgeheugen enz. Er vinden processen plaats waarop de leerling niet erg veel intentionele controle heeft, omdat die processen zich automatisch voltrekken (zie ook ons commentaar bij Luwel e.a. over het ontbreken van intentionele controle).

Dit alles roept de vraag op hoe zulke processen tot stand komen, hoe ze verlopen en hoe we ze kunnen onderzoeken. Ook is het de vraag of we met de gebruikelijke onderzoekstechnieken antwoord op deze vragen kunnen krijgen. Zijn hiervoor mogelijk neuropsychologische onderzoekstechnieken vereist?

De onderzoekers veronderstellen dat onderzoek van executieve functies eraan zou bijdragen om de oorzaken van rekenproblemen op het spoor te komen en richting te geven aan het verhelpen ervan. Aanknopingspunten voor reken(ortho)didactiek zien de onderzoekers vooral in het expliciet ondersteunen van leerlingen in het encoderen van

de taak en in het verbinden van representaties in de verschillende codes, zoals door het opdelen van taken in kleine stapjes en door het verbaal of visueel ondersteunen van de shift tussen verbale en numerieke representaties in opgaven. Het wordt ons echter niet duidelijk wat dit toevoegt aan wat er nu al in de praktijk van diagnostiek en remediering gebeurt. Bovendien lijkt verder onderzoek naar de rol van executieve functies voor rekenen nodig voordat daaruit implicaties voor de praktijk kunnen worden afgeleid.

#### 4 *Dual process*-theorieën toegepast op het (leren) oplossen van wiskundige problemen

In de bijdrage van Gillard e.a. wordt onderscheid gemaakt tussen heuristisch/intuïtieve en analytische redeneerpatronen. Dit onderscheid zou behulpzaam zijn als verklaring van ondermaats presteren van mensen. Heuristisch wordt hier niet, zoals in de wiskundige vakdidactiek gebruikelijk is, opgevat als het aanwenden van zoekstrategieën bij het oplossen van problemen. Gillard e.a. zien heuristische/intuïtieve processen als *tegenstelling* van analytische processen en daarbij beroepen zij zich op de cognitiefpsychologische literatuur waarin heuristisch als intuïtief wordt gezien, en intuïtief wordt opgevat als tegengesteld aan analytisch. Heuristische processen, zeggen de auteurs, verschaffen standaardantwoorden, tenzij analytische processen dat *verhinderen*. Er wordt in dit verband ook gewezen op onderzoek waaruit bleek dat mensen er moeite mee hadden heuristische responsen te *inhiberen*. Intuïtie (heuristiek) en analyse zijn in een aantal gevallen verwickeld in een conflict. In de onderzoeksliteratuur komen we echter ook andere opvattingen tegen. Zo typeert Claxton (2000) intuïtieve processen als denkprocessen (*ways of knowing*), die niet verhinderd, maar juist benut moeten worden (zie voor een overzicht Nelissen, 2008).

Ook in de psychologie van het rekenwiskundeonderwijs wordt intuïtie niet gezien als onverenigbaar met analytisch/rationeel denken. Zo worden volgens Van Hiele (1997) zaken die we *intuïtief kennen*, gekarakteriseerd

seerd door de samenhang die de mathematische kenmerken van een *structuur* vertonen. Polya (1962) stelt dat het bij het oplossen van problemen vooral aankomt op “an intuitive grasp of the situation, a little bit of a bright idea” (Polya, 1962, p. 24). Terwijl intuïtie niet denkbaar is zonder (wiskundige) kennis, zo is ook het omgekeerde waar. Het oplossen van wiskundige problemen vraagt om zoeken en verkennen en zulke processen zijn nooit volledig te plannen, dat wil zeggen dat ze veelal intuïtief verlopen. De wiskundige Wilder zei het als volgt: “Without intuition, there is no creativity in mathematics...” (Burton, 2004, p. 74).

De theoretische context waar de auteurs van uitgaan, is dus aanleiding voor een interessante discussie. Maar ook de *dual process*-theorieën vragen in dit verband om aandacht. Die zijn bedoeld om fouten te verklaren en daarbij wordt uitgegaan van de gedachte dat mensen geneigd zijn te steunen op heuristische (intuïtieve) processen in plaats van analytische processen. Als voorbeeld geven ze dat mensen denken dat de kans op twee keer kop gooien – als drie munten worden opgegooid – gelijk is aan 200 keer kop gooien bij 300 worpen. Maar zou zo’n fout niet ook kunnen worden verklaard als een kwestie van gebrek aan relevante kennis? Wie onvoldoende thuis is in de kansberekening zal intuïtief en spontaan inderdaad geneigd zijn de kansen gelijk in te schatten.

Ook in het zogenoemde *default-interventionist*-model wordt verondersteld dat heuristische processen antwoord verschaffen tenzij analytische processen dat verhinderen. Maar hoe verloopt dit proces van *verhinderen*, hoe *intentioneel* is zo’n proces of verloopt het vooral geautomatiseerd en mechanisch? We kunnen in het artikel het antwoord op deze vragen niet vinden en dat maakt het lastig om de betekenis ervan voor het wiskundeonderwijs juist in te schatten. Als iemand een heuristische fout maakt, is dat dan te wijten aan de moeite die mensen hebben om het conflict tussen heuristisch en analytische processen te detecteren? Hoe bewust zijn ze zich hiervan? Als iemand wél beschikt over relevante kennis dan wordt er toch geen intern psychologisch conflict maar een wiskundig probleem opgelost? En als iemand *niet* over die kennis

beschikt, is er vermoedelijk ook geen sprake van een bewust conflict. Een tweede mogelijkheid, volgens de auteurs, is dat de subjecten de heuristisch respons niet kunnen inhiberen. Maar als ze dat wél kunnen, hoe verloopt dan zo’n proces van respons inhiberen? Het lijkt wel of het subject buiten spel staat en er zich van alles afspeelt waar het subject nauwelijks controle op heeft. De processen die de auteurs beschrijven, lijken zich al met al nogal mechanisch te voltrekken: er vindt geen inhibitie van een heuristisch antwoord plaats. Nu willen we niet beweren dat zo’n inhibitieproces niet zinvol en interessant kan zijn, maar juist daarom hadden de auteurs helder moeten analyseren hoe een proces van inhibitie verloopt en welke inzichten, afwegingen en redeneringen daarbij een rol spelen.

De auteurs wijzen erop dat er een andere onderwijsaanpak nodig is indien blijkt dat leerlingen niet in staat zijn tot conflictdetectie. Ja, maar ook als die conflictdetectie zich wél voordoet, moet aandacht worden geschonken aan leerlingen die het verkeerde antwoord niet inhiberen. Laten we eens kijken naar een fenomeen dat in de literatuur (De Bock, Verschaffel, & Janssens, 1999, p. 74) wordt getypeerd als de lineariteitsillusie of de ‘lineaire valstrik’. Als voorbeelden van deze lineariteitsillusie presenteren deze auteurs probleemsituaties onder meer op rekenkundig en op meetkundig gebied. De eerste probleemsituatie is deze: “Als het 15 minuten duurt om 1 hemd buiten aan de wasdraad te laten drogen, dan zal het 45 minuten duren om 3 hemden buiten te laten drogen”. De tweede probleemsituatie luidt: “Als de zijde van een vierkant verdubbelt, dan verdubbelt de oppervlakte”. Leerlingen raken verstrikt in deze probleemsituaties vanwege de foutieve toepassing “van een lineair model in een niet-lineaire context”. Het foute antwoord is er niet zozeer het gevolg van dat het leerlingen niet lukt een intuïtie te inhiberen (al kan dat het geval zijn), maar dat ze onvoldoende inzicht hebben in lineariteit. Foute antwoorden kunnen dus het gevolg zijn van het ontbreken van inzicht in en reflectie op de aanpak van het probleem. Het is overigens de vraag of er zonder inzicht tóch inhibitie kan plaatsvinden.

De auteurs bespreken tot slot een experiment waarin de leerlingen onder tijdsdruk en onder vergrote cognitieve belasting opgaven moesten oplossen. Het aantal fouten nam toe en dit wordt verklaard als het gevolg van heuristische processen. Een alternatieve verklaring zou echter kunnen luiden (zoals de auteurs ook wel suggereren) dat leerlingen onder tijdsdruk, zeker rekenzwakke leerlingen, relevante kennis onvoldoende kunnen activeren als gevolg van stress, uitgelokt door een tijdsbalk die voortdurend de resterende tijd toont. Daardoor kunnen de leerlingen hun beschikbare kennis niet inzetten en hanteren ze verkeerde strategieën.

## 5 Het effect van illustraties bij rekenopgaven: hulp of hinder?

Van Lieshout en Berends onderzoeken de mogelijk negatieve effecten van illustraties in rekenwiskundemethoden. Hoewel illustraties in deze methoden als ondersteuning zijn bedoeld, worden vanuit de cognitieve belastingstheorie negatieve effecten voorspeld, bijvoorbeeld als twee bronnen, beeld en tekst, (picturaal en verbaal) dezelfde informatie aanbieden. Vooral leerlingen met een zwak werkgeheugen zouden hiervan hinder onderkennen.

In twee studies in groep 7 en groep 3 kregen goede en zwakke rekenaars rekenopgaven voorgelegd die variëren in de mate van informatiewaarde. Daarbij werden *vier typen opgaven* onderscheiden: een opgave in tekst in combinatie met een kale som, tekst in combinatie met een nutteloze illustratie (het plaatje is niet functioneel voor het oplossingsproces), tekst in combinatie met een behulpzame illustratie (het plaatje geeft dezelfde informatie weer als de tekst), en tekst in combinatie met noodzakelijke illustratie (tekst en plaatje zijn nodig om de opgave op te lossen). De plaatjes werden juist zo gekozen dat ze de irrelevante belasting zouden verhogen. Bij de noodzakelijke illustraties verwachtte men de grootste cognitieve belasting omdat kinderen door de afstand tussen plaatje en tekst heen en weer moeten kijken en er een gesplitst aandachtseffect optreedt. Bij de kale illustraties verwachtte men de

minste belasting en de hoogste accuratesse en kortste responsetijden.

De voorbeelden in het artikel van deze vier typen opgaven roepen enkele vragen op over de veronderstelde functie van de illustraties. Bij de behulpzame illustratie wordt verondersteld dat dit een klassiek voorbeeld is van redundantie. Er wordt gesteld dat het kind kan volstaan met het begrijpen van of de tekst of de illustratie, omdat beide dezelfde informatie omvatten. De tekst van de opgave is: "Er zaten 18 mensen in de bus. Er stapten 4 mensen uit. Hoeveel zitten er nu in de bus?" In principe omvat deze tekst alle informatie om de opgave op te lossen. Maar de illustratie voegt iets toe, namelijk een tekening van de vier mensen die uitgestapt zijn. En juist deze illustratie biedt, in tegenstelling tot wat de auteurs vermoeden, ondersteuning voor kinderen die deze opgave tellend oplossen, omdat ze daarmee de telstand kunnen bijhouden. Deze kinderen kunnen de vier personen aanwijzen (of er naar kijken), terwijl ze terugtellen (17,16,15,14); het laatstgenoemde getal (14) is het antwoord op de opgave. Dus de opgave vereist meer cognitieve belasting omdat een kind beide bronnen moet lezen en interpreteren. Maar de illustratie hoeft zeker niet redundant te zijn voor kinderen die nog tellend rekenen, omdat zij de afgebeelde mensen kunnen gebruiken om hun telstrategie te ondersteunen. De behulpzame illustratie is nu inderdaad behulpzaam.

Bij de noodzakelijke illustratie blijkt de accuratesse af te nemen en de responstijd toe te nemen als de illustratie informatie bevatte die niet in de tekst stond, maar wel noodzakelijk was voor het vinden van de oplossing. Dus leerlingen hebben meer tijd nodig voor het oplossen van de opgave en er worden meer fouten gemaakt, als er noodzakelijke informatie in de afbeelding staat. De onderzoekers geven als mogelijke verklaring hiervoor een overbelasting van het werkgeheugen door een gesplitst aandachtseffect, een redundantie-effect en moeilijkheden bij coherentievorming. Een alternatieve verklaring is naar ons idee echter mogelijk vanuit de formulering die kinderen lastig vinden: "Er zaten 18 mensen in de bus. Er stapten een aantal mensen uit. Hoeveel mensen zitten er in de bus?"

Vanuit vakdidactisch onderzoek is bekend

dat de gekozen getallen, de illustraties en de formuleringen bepalend kunnen zijn voor de moeilijkheidsgraad van opgaven en voor de keuze van een oplossingswijze (zie bijvoorbeeld Van Eerde, 1996; Van der Heijden, 1993). Dergelijke kenmerken van opgaven, ook wel valentiefactoren genoemd (verg. Van Parreren, 1966), beïnvloeden de wijze waarop kinderen rekenopgaven oplossen. De indeling van Van Lieshout en Berends lijkt aan deze valentiefactoren voorbij te gaan, ze baseren hun veronderstellingen over het denken van de kinderen alleen op typen illustraties. Dit verklaart mogelijk de tegengestelde resultaten uit de twee deelstudies.

Meer onderzoek naar hoe kinderen opgaven daadwerkelijk oplossen, is naar ons idee nodig om tot valide onderzoeksinstrumenten te komen. Dit zou passen binnen een van de aanbevelingen van de onderzoekers dat instructieonderzoek moet worden gedaan om na te gaan welke opgavenkenmerken het leerproces bevorderen en welke dit verstoren. Dit lijkt ons zeker relevant voor ontwikkelaars van rekenmethoden en toetsen, en het zou aanbevelenswaardig zijn om vakdidactische onderzoekers bij zulk onderzoek te betrekken.

## 6 Denkprocessen in beeld

In de besproken studies worden veronderstellingen over wat leerlingen denken en doen afgeleid uit gepostuleerde cognitieve variabelen, zoals executieve functies (zie §3), en inhibitie en heuristische processen (zie §4). Veronderstellingen over al of niet belasting van het werkgeheugen worden bijvoorbeeld afgeleid uit de mate waarin antwoorden correct zijn en uit reactietijden. De onderzoekers weten niet of niet zeker hoe kinderen de rekenwiskundige problemen daadwerkelijk hebben aangepakt en waarom ze dat zo doen. Alleen in het onderzoek van Luwel e.a. vindt systematische observatie plaats van de wijze waarop studenten blokjes tellen. Deze observaties dragen bij aan de validiteit van de interpretaties.

Gegevens over de oplossingswijzen zouden verzameld kunnen worden door leerlingen in elk geval te observeren en reactietijden

te meten. Door een beperkte responsietijd kan men soms iets meer te weten komen over de uitgevoerde denkprocessen. Maar het gevaar bestaat dat tijdsdruk, zeker bij zwakke rekenaars, stress kan veroorzaken waardoor de ecologische validiteit van de resultaten kan afnemen. Men omzeilt dit probleem door responstijden niet te beperken maar wel te meten.

Daarnaast kan men leerlingen vragen hoe ze opgaven oplossen. Alleen zo kan men immers te weten komen of de veronderstellingen die men heeft over de oplossingsprocessen, overeenkomen met de manier waarop de kinderen de opgaven aanpakken. Zo'n triangulatieaanpak draagt bij aan de validiteit en zou in elk geval wenselijk zijn in de fase van het ontwikkelen van meetinstrumenten.

Kortom, het verzamelen van gegevens over denkprocessen van kinderen en het toepassen van methodische triangulatie zou bijdragen aan de empirische onderbouwing van de veronderstelde cognitieve processen.

## 7 Context van de onderzoeken

In de bijdragen in dit themanummer wordt weinig aandacht besteden aan de sociaalculturele context waarin de hier besproken onderzoeken zijn verricht. In de artikelen wordt bijvoorbeeld niets vermeld over het rekenonderwijs dat de leerlingen volgden, hun voorkennis op het onderzochte gebied van het rekenen, noch over de verwachtingen van de leerlingen die aan een onderzoek meededen.

Als men leerlingen in een onderzoekssetting bijvoorbeeld zo snel en effectief mogelijk antwoord wil laten geven, is het de vraag of dit overeenkomt met wat ze in de klas gewend zijn. Daar wordt mogelijk van kinderen verwacht dat ze liever een kwalitatief betere oplossingswijze uitvoeren die wat meer tijd kost dan een kwalitatief mindere oplossing die aanvankelijk sneller is.

Uit onderzoek blijkt dat aandacht voor wederzijdse verwachtingen van onderzoeker en kind in een onderzoekssetting, aangeduid als het *didactisch contract*, kan bijdragen aan de kwaliteit van het onderzoek (Elbers, 1993). De validiteit en betrouwbaarheid van cognitief psychologisch onderzoek zou naar

ons idee dan ook verbeterd kunnen worden door deze factoren zoveel mogelijk te betrekken in onderzoek. Luwel e.a. wijzen in dit verband op de eenzijdige aandacht in het model van Siegler voor de invloed die puur cognitieve factoren uitoefenen op de keuze en ontwikkeling van een strategie om wiskundeopgaven op te lossen. Wij ondersteunen hun suggestie om het model van Siegler verder uit te bouwen met de hiervoor genoemde kenmerken.

## 8 Naar een samenwerking tussen cognitieve psychologen en vakdidactici

Cognitief psychologen die het vak rekenen/wiskunde als onderzoeksterrein kiezen, staan voor de lastige taak om geschikte opgaven voor hun onderzoek te construeren. In de verschillende onderzoeken en onze kritische reflectie daarop komt naar voren dat de aard van de gekozen getallen, illustraties en formuleringen in de in het onderzoek gebruikte wiskundeopgaven van grote invloed zijn op de denkprocessen van leerlingen.

Naar ons idee zou er daarom een brug geslagen moeten worden tussen onderzoekers die cognitiefpsychologisch onderzoek doen en vakdidactische onderzoekers. In dit themanummer merken Gillard e.a. op dat de algemeen cognitiefpsychologische en de vakspecifieke psychologische benadering een waardevolle complementaire bijdrage kunnen leveren in het zoeken naar verklaringen voor onvoldoende prestaties bij wiskunde. We bepleiten dergelijk interdisciplinair onderzoek. Cognitief psychologen zouden er, bij het initiëren van cognitiefpsychologisch onderzoek in het domein van rekenen/wiskunde en bij het vertalen van onderzoeksresultaten naar de praktijk, goed aan doen om vakdidactici bij hun onderzoek te betrekken. Vakdidactici zouden open moeten staan voor en kunnen bijdragen aan onderzoek naar cognitieve processen die zij zelf niet zo snel geneigd zijn te onderzoeken maar die wellicht betekenis hebben voor het leren en onderwijzen van rekenen/wiskunde.

## Literatuur

- Burton, L. (2004). *Mathematicians as enquirers. Learning about learning mathematics*. Dordrecht, Nederland: Kluwer Academic Publishers.
- Claxton, G. (2000). The anatomy of intuition. In T. Atkinson & G. Claxton (Eds.), *The intuitive practitioner* (pp. 32-53). Buckingham, Verenigd Koninkrijk: Open University.
- De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1999). De lineariteitsillusie bij leerlingen van het secundair onderwijs. *Tijdschrift voor Didactiek der B-wetenschappen*, 16(1), 73-91.
- Elbers, E. (1993). *Leren door interactie*. Groningen, Nederland: Wolters Noordhoff.
- Eerde, H. A. A. van. (1996). *Kwantiwijzer. Diagnostiek in reken-wiskundeonderwijs*. Tilburg, Nederland: Zwijsen.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, Nederland: D.Reidel Publishing Company.
- Heijden, M. K. van der. (1993). *Consistentie van aanpakgedrag*. Lisse, Nederland: Zwets en Zeitlinger.
- Hiele, P. M. van. (1997). *Structuur*. Zutphen, Nederland: Thieme.
- Nelissen, J. M. C. (2008). Intuïtie en probleemoplossen. *Panamapost. Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 27 (1), 19-29.
- Parreren, C. F. van. (1966). *Psychologie van het leren. Eerste deel. Verloop en resultaten van leerprocessen*. Arnhem, Nederland: Van Loghum Slaterus.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery* (1). New York/London: John Wiley and Sons. Inc.
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds*. New York: Oxford University Press.
- Verschaffel, L. (2009). "Over het muurtje kijken": achtergrond, inhoud en receptie van het Final Report van het National Mathematics Advisory Panel in de U.S. *Panamapost. Reken-wiskundeonderwijs: onderzoek, ontwikkeling, praktijk*, 28(1), 3-20.

Manuscript aanvaard: 9 september 2009

## Auteurs

**Dolly van Eerde** is senioronderzoeker en universitair docent aan het Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen van de Universiteit Utrecht. **Jo Nelissen** is onderzoeker aan hetzelfde instituut.

*Correspondentieadres:* Dolly van Eerde, Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, Afdeling Wiskunde, Postbus 9432, 3506 GK Utrecht. Email: d.vaneerde@fi.uu.nl.

## Abstract

### **Cognitive psychological research from a pedagogical perspective**

We discuss four articles on cognitive psychological studies on mathematics. After a characterisation of common features we critically reflect on each study from a pedagogical perspective, looking at the possible relevance of the presented theories, methods and studies for mathematics education and at potential problems when deriving implications for mathematics education from this research. We conclude with some critical reflections on the reliability and validity of the four studies and argue for interdisciplinary research.