

Wiskunde en ICT

Inleiding op het themanummer

K. P. E. Gravemeijer, A. Bakker en T. Wubbels

In dit themanummer wordt verslag gedaan van onderzoek dat is verricht binnen het aandachtsgebied *ICT als hulpmiddel bij zelfstandig leren van wiskunde* (Gravemeijer, 1997; verder kortweg aangeduid als *Wiskunde & ICT*). Dit aandachtsgebied is door de Programmaraad voor het Onderwijsonderzoek (PROO) gesubsidieerd van 1998 tot 2007. Het zelfstandig leren in de titel verwijst zowel naar de principes van realistisch wiskunde-onderwijs als naar de studiehuisgedachte. Bij het begrip informatie- en communicatietechnologie (ICT) gaat het in dit aandachtsgebied primair om kleine computerprogrammaatjes maar daarnaast ook om de grafische en symbolische rekenmachine. De probleemstelling in het aandachtsgebied betreft de vraag in hoeverre dit type wiskundig ICT-gereedschap zowel het geleid heruitvinden van wiskunde conform de realistische benadering, als het zelfstandig leren kan faciliteren.

Binnen deze probleemstelling van het aandachtsgebied zijn twee deelgebieden onderzocht. Het eerste gebied betreft de ontwikkeling van conventionele wiskundige symboliseringen zoals grafieken, algebraïsche notaties en modellen. De aanvragers van het aandachtsgebied gaan ervan uit dat bij het leren een reflexieve relatie gerealiseerd kan worden tussen de ontwikkeling en het gebruik van externe representaties enerzijds en de ontwikkeling van inzicht in datgene wat wordt gerepresenteerd en bewerkt anderzijds. Deze processen en de bijdrage die ICT hieraan kan leveren, vormen een object van onderzoek. Het tweede gebied betreft de wijze waarop ICT probleemgeoriënteerd onderwijs en zelfstandig leren kan faciliteren. Het kernpunt is hier de verandering in rolverdeling tussen leerling en docent. Zowel de inzet van ICT als van meer algemene strategieën voor het bevorderen van zelfstandig leren, zo luidt de aanname, kan helpen een klassenklimaat te realiseren waarin realistisch wiskunde-onderwijs goed gedijt.

De combinatie van geleid heruitvinden en

ICT maakt symboliseren, modelleren en gebruik van gereedschap (*tool use*) tot een centraal thema binnen het aandachtsgebied. Binnen onderwijs volgens het traditionele transmissiemodel bestaat de rol van de docent er onder meer in uit te leggen wat wiskundige symbolen betekenen en ze te koppelen aan de juiste betekenissen. Vaak worden daarbij concrete of visuele representaties gebruikt die de wiskundige concepten en relaties die geleerd moeten worden zichtbaar moeten maken. Een probleem daarbij is dat dergelijke concepten en relaties veelal alleen gezien worden door degenen die al over deze concepten en relaties beschikken. Men spreekt in dit verband wel van een *learning paradox* (Bereiter, 1985). Immers, om zich een nieuw gebied binnen de wiskunde eigen te kunnen maken moet men de wiskundige symbolen die toegang tot dat gebied geven begrijpen, maar deze symbolen ontlenen nu juist hun betekenis aan datzelfde wiskundige gebied.

De realistische benadering van het reken-wiskundeonderwijs gaat ervan uit – net als de meeste andere nu gangbare benaderingen van wiskundeonderwijs – dat wiskundeonderwijs dient te starten met probleemgeoriënteerde activiteiten in informele situaties die betekenisvol zijn voor de leerlingen. De uitdaging is dan de leerlingen te ondersteunen bij het maken van de overgang van informeel probleemoplossen naar wiskundige activiteiten waarin het gebruik van conventionele wiskundige symbolen het karakter heeft van het werken met betekenisvolle wiskundige objecten. In het onderzoek op dit gebied worden symbolen en modellen vaak opgevat als cognitief gereedschap (in de geest van Vygotsky). Daarnaast wordt gebruikgemaakt van semiotische theorieën. Het Vygotskiaan- se idee van gebruik van gereedschap is ook toepasbaar op ICT, waarbij een artefact (het computerprogramma of de rekenmachine) pas gereedschap wordt wanneer je weet hoe je ermee moet werken.

Rond dit thema werden verschillende theo-

- retische invalshoeken gekozen. Deze betreffen
- het diagrammatisch redeneren conform de semiotische theorie van Peirce;
 - de zogeheten instrumentatietheorie die voornamelijk door Franse onderzoekers is ontwikkeld om greep te krijgen op de processen die een rol spelen bij het leren gebruiken van kant-en-klare instrumenten, zoals de grafische rekenmachine;
 - het idee van *emergent* modelleren dat is uitgewerkt als onderdeel van de realistische onderwijstheorie.

Deze drie theoretische invalshoeken en de wijze waarop ze in het onderhavige onderzoek zijn gebruikt, vormen de onderwerpen van drie bijdragen. Het diagrammatisch redeneren wordt door Arthur Bakker besproken aan de hand van onderzoek naar een leergang rond aanvankelijke statistiek. Hij constateert dat de invalshoek van het diagrammatisch redeneren goed bruikbaar is voor het beschrijven van de kernprocessen in onderwijsprogramma's waar met computers wordt gewerkt. Paul Drijvers licht de instrumentele benadering toe aan de hand van enkele casusbeschrijvingen, onder meer ontleend aan het onderzoek binnen het aandachtsgebied. Hij laat zien dat deze theorie een algemeen kader biedt voor het onderzoeken van het leren gebruiken van ICT-gereedschap. Michiel Doorman beschrijft hoe kennis en inzichten over modelleren kunnen worden ingezet bij het ontwerpen en analyseren van een leergang die de start vormt van het onderwijs in differentiaalrekening en kinematica. Hij laat zien hoe het modelleren en het greep krijgen op het fenomeen snelheid elkaar wederzijds kunnen ondersteunen.

Bovengenoemde onderzoeken, die de ontwikkeling van conventionele wiskundige symbolisering betreffen, maken alledrie gebruik van ontwikkelingsonderzoek. Vanwege het specifieke karakter van ontwikkelingsonderzoek wordt deze onderzoeksmethode door Koeno Gravemeijer en Paul Cobb in een apart artikel beschreven. Kenmerkend aan ontwikkelingsonderzoek is de combinatie van ontwikkelwerk en onderzoek: "Prototypically, design experiments entail both "engineering" particular forms of learning and systematically studying those forms of learning within the context defined

by the means of supporting them. This designed context is subject to test and revision, and successive iterations that result play a role similar to that of systematic variation in experiment" (Cobb, Confrey, DiSessa, Lehrer, & Schauble, 2003, p. 9). Het gaat er in ontwikkelingsonderzoek dus om te proberen gespecificeerde leerprocessen tot stand te brengen en deze te onderzoeken in relatie tot de wijze waarop dit leren kan worden bevorderd. In de hierboven genoemde projecten betreft dit het leren redeneren met wiskundige symbolen en modellen met behulp van ICT.

Het tweede gebied waarop het aandachtsgebied onderzoek uitvoerde betreft zoals gezegd de wijze waarop ICT probleemgeoriënteerd onderwijs en zelfstandig leren kan faciliteren. Hier doen zich twee problemen voor. Aan de ene kant is het probleem hier dat leerlingen niet snel tot probleemgeoriënteerd werken overgaan, aan de andere kant zijn docenten niet graag bereid het heft uit handen te geven. Zo laat onderzoek van Desforges en Cockburn (1987) zien dat docenten die zelfstandig en probleemgeoriënteerd onderwijs wilden invoeren geconfronteerd werden met leerlingen die blijven vragen wat ze nu precies moeten doen, welke procedure ze moeten toepassen en dergelijke. Zelfstandig en probleemgeoriënteerd onderwijs vraagt een andere rolverdeling tussen docent en leerlingen, die ook wel wordt aangeduid als een verandering van didactisch contract tussen docent en leerlingen (Brousseau, 1990, 2002) of een verandering van de sociale regels (*social norms*) van de klas (Yackel & Cobb, 1996). Los van een verandering in rolverdeling is een kernpunt dat de activiteit van de leerlingen leidt tot niveauperhogingen binnen het leerproces.

Binnen het aandachtsgebied is door Monique Pijls en collega's voortgebouwd op het procesmodel van Dekker en Elshout-Mohr (1998), dat aanwijzingen geeft over het bevorderen van niveauperhogend leren in kleine groepen. In hun bijdrage aan dit themanummer doen zij verslag over onderzoek naar de vraag wat zelfstandig uitvoeren van (wiskundig) onderzoek met de computer nu zo moeilijk maakt en hoe leerlingen kunnen worden geholpen bij dit computergebruik. In hun bijdrage presenteren ze een gevals-

beschrijving van enkele leerlingen die wel tot zelfstandig leren komen. Aan de hand van deze gevalsbeschrijving, analyseren ze hoe het komt dat het lesmateriaal bij deze leerlingen werkte zoals bedoeld.

Waar het onderzoek van Pijls e.a. microdidactisch van aard is, is het onderzoek dat Dirk Hoek binnen het aandachtsgebied heeft verricht juist veel ruimer. Hij doet verslag van een veranderingsproces dat ongeveer een jaar in beslag heeft genomen. Het doel van het proces was te bereiken dat leerlingen in het middelbaar beroepsonderwijs in groepen samen probleemgeoriënteerd werkten met de grafische rekenmachine in de wiskundelessen. In zijn bijdrage aan dit themanummer beschrijft hij hoe de docentinstructie zich gedurende een schooljaar ontwikkelde en wat de mogelijke invloed van deze ontwikkeling is geweest op de interacties bij het samenwerkend leren. Retrospectief stelt hij zich de vraag hoe het veranderingsproces en de ondersteuning daarvan beschreven kan worden. Op basis van zijn onderzoek komt hij tot een beschrijving van een cyclisch proces van observatie, bewustmaking en aanpassing, dat geleidelijk tot de beoogde onderwijssituatie leidde.

In hun discussiebijdrage gaan Kanselaar, Van Dooren en Verschaffel in op de resultaten van de verschillende deelprojecten en reflecteren op de methode van ontwikkelingsonderzoek zoals die in de meeste deelprojecten is toegepast. Zij wijzen daarbij onder meer op de spanning tussen de inzet van ICT zoals voorgeprogrammeerde software of rekenmachines en het leren van wiskunde conform het streven van geleid heruitvinden of zelfstandig leren. Daardoor wordt bij de didactische opzet van het onderwijs in de artikelen in dit nummer geen gebruik gemaakt van de mogelijkheden van de computer om feedback te geven. Daarnaast vragen Kanselaar e.a. aandacht voor het belang van training van docenten in de didactiek die bedoeld is voor het te verzorgen onderwijs.

Literatuur

- Bereiter, C. (1985). Towards a solution of the learning paradox. *Review of Educational Research*, 55, 201-226.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 9, 308-336.
- Brousseau, G. (2002). The didactical contract: The teacher, the student and the milieu. In N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland & V. Warfield (Eds.), *Theory of didactical situations in mathematics* (pp. 226-249). New York: Springer.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A. A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32, 9-13.
- Desforges, Ch., & Cockburn, A. (1987). *Understanding the mathematics teacher: A study of practice in first school*. London: The Falmer Press.
- Gravemeijer, K. P. E. (1997). *Wiskunde en Informatie- en communicatietechnologie*. Subsidieaanvraag voor de PROO. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Dekker, R., & Elshout-Mohr, M. (1998). A proces model for interaction and mathematical level raising. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 303-314.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.

Auteurs

Koeno Gravemeijer is hoogleraar Domeinspecifieke onderwijstheorieën rekenen-wiskunde aan het Freudenthal Instituut en aan het Langeveld Instituut (Universiteit Utrecht).

Arthur Bakker is postdoconderzoeker aan het Freudenthal Instituut (Universiteit Utrecht) en aan het Institute of Education (University of London).

Theo Wubbels is hoogleraar Onderwijskunde aan het Langeveld Instituut (Universiteit Utrecht).

Correspondentieadres: K. Gravemeijer, Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht, Postbus 9432, 3506 GK Utrecht. E-mail: K.Gravemeijer@fi.uu.nl.