

Strategiegebruik van leerlingen in het speciaal basisonderwijs bij optellen en aftrekken tot 100: begeleiden of sturen?¹

B. Milo en W. Ruijssenaars

Samenvatting

In dit onderzoek staat de vraag centraal wat de effecten zijn van verschillende instructievarianten bij optellen en aftrekken tot 100 in het speciaal basisonderwijs (sbo). Om deze vraag te beantwoorden, werd met 70 leerlingen gedurende een half jaar in groepjes gewerkt, waarbij de instructie ofwel begeleidend was (aansluitend bij door leerlingen ingebrachte strategieën), ofwel directief (één strategie werd aangeleerd en toegepast: splitsen of rijgen). De resultaten laten zien dat de leerlingen die directief geïnstrueerd zijn volgens de Rijkstrategie op de prestatietoets de meeste vooruitgang tonen, waarbij geen verschil blijkt tussen de LOM- en MLK-leerlingen. Daarnaast blijkt dat maar weinig leerlingen tot flexibel strategiegebruik komen na instructie waarbij werd aangesloten bij door hen zelf ingebrachte oplossingsstrategieën. In oplossingsstrategieën en efficiëntie ervan blijken enkele belangrijke verschillen tussen de LOM- en MLK-groep. De resultaten worden mede besproken in het licht van de vraag naar de wenselijkheid om ook in het sbo aan te sluiten bij de eigen strategieën van leerlingen met rekenproblemen.

1 Theoretisch kader en vraagstelling

1.1 Strategieontwikkeling en leerproblemen

Leren is een proces dat vooral gekenmerkt wordt door het optreden van kwalitatieve veranderingen in de cognitieve structuur. Vaardigheden worden bijvoorbeeld sneller en met minder fouten uitgevoerd na herhaling en oefening, nieuwe informatie kan leiden tot beter inzicht, en kennisnetwerken kunnen voortdurend worden uitgebreid. Het beschrijven van deze veranderingen vormt een belangrijk thema in de psychologie, in het bij-

zonder in de cognitieve (ontwikkelings)psychologie. De centrale vraag daarbij is: wát ontwikkelt zich? Voor de beantwoording daarvan wijdt een deel van de onderzoekers zich al geruime tijd aan de veranderingen in cognitieve strategieën bij het oplossen van een brede range aan taken (zie bijv. Resnick, 1976; Siegler, 1978). Dit onderzoek naar strategiegebruik en leren heeft in de laatste decennia niet aan actualiteit verloren. Siegler benadrukt in zijn recente werk (1996; Lemaire & Siegler, 1995; Siegler & Jenkins, 1989) een situatiegebonden inzet van en wisselwerking tussen meer en minder tijdconsumerende strategieën, respectievelijk meer en minder geautomatiseerd of direct inzetbaar. Deze strategieën ontwikkelen zich, worden kwalitatief beter en adequater in het licht van de taak die moet worden uitgevoerd. Een toename in kwaliteit wordt mede weerspiegeld in een grotere snelheid en accuratesse.

De kwaliteit van strategieën - en ook de verandering daarin - kan worden beschreven aan de hand van vier parameters (zie de inleiding tot dit themanummer van Verschaffel & Ruijssenaars): het *repertoire* aan beschikbare strategieën, de *relatieve gebruiksvoorkeur* voor de beschikbare strategieën, de *efficiëntie* bij het gebruik (snelheid en accuratesse) en de wijze waarop de strategiekeuze aan de situatie wordt aangepast (*adaptiviteit*).

Individen verschillen van elkaar in de mate waarin de genoemde kenmerken tot ontwikkeling zijn gekomen, oftewel in hun vermogen om te leren. Leervermogen wordt veelal opgevat als synoniem aan intelligentie, zij het dat er door veel auteurs op gewezen wordt dat dit theoretisch uitgangspunt niet altijd strookt met de manier waarop intelligentie in tests wordt geoperationaliseerd (zie voor een overzicht Van der Aalsvoort, Resing & Ruijssenaars, in druk; Hamers & Ruijssenaars, 1984; Hamers, Sijsma & Ruijssenaars, 1993). De gangbare IQ-tests zijn immers statisch en niet representatief voor de

dynamiek van leerprocessen. Er wordt niet gekeken naar oplossings- en leerstrategieën, maar naar resultaten (goed/fout, snelheid).

In het sbo bestaat voor kinderen met leerproblemen nu de volgende situatie: in het schoolse leerproces valt een deel van de kinderen uit. Ze hebben relatief veel moeite om nieuwe kennis op te nemen, komen niet of zeer beperkt tot automatisering, passen het geleerde onvoldoende toe en blijven afhankelijk van instructie. In veel gevallen vindt nadere diagnostiek plaats, waarbij dikwijls het IQ wordt bepaald. Wanneer de intelligentie laag uitvalt, kan verwijzing volgen. In het verleden was dat een school voor moeilijk lerende kinderen (MLK; in Vlaanderen: type 1), in Nederland tegenwoordig deel uitmakend van het sbo. De verwachting is dat deze kinderen blijvend moeite zullen hebben met het zich eigen maken van nieuwe kennis en met de transfer van het geleerde.

Echter, bij een deel van de kinderen die uitvallen blijkt de intelligentie niet beperkt te zijn. Weliswaar komen lezen, spelling en/of rekenen moeizaam tot ontwikkeling, maar in algemene probleemoplossingsstrategieën vallen ze niet uit. Hun leerprobleem lijkt zich vooral voor te doen in de verwerving van specifieke processen in het schoolse leren, zoals woordidentificatie en automatisering van declaratieve rekenkennis (rekenfeiten). Wanneer de achterstand ten opzichte van leeftijdgenoten daarin te groot wordt en de grenzen van adaptief onderwijs zijn bereikt, kunnen ook zij worden doorverwezen naar het sbo, in hun geval voorheen de school voor kinderen met leer- en opvoedingsmoeilijkheden (LOM; in Vlaanderen: type 8).

Sinds de effectuering van het beleid Weer Samen Naar School in 1998 zitten in Nederland beide typen leerlingen (LOM en MLK) met hun verschillende intelligentieniveaus op dezelfde school voor speciaal basisonderwijs, waar in het verleden sprake was van een gescheiden opvang. Een belangrijke vraag - voorafgaand aan de invoering van het beleid niet onderzocht - is uiteraard of de twee typen op dezelfde wijze profiteren van instructie. In dit onderzoek besteden we daarom aan deze vraag aandacht.

1.2 Instructie en cognitieve mogelijkheden

Intelligentie en de mate van profijt van instructie kunnen, maar hoeven niet identiek te zijn. De hiervoor genoemde kinderen van LOM-scholen laten dat zien. Voor het leren van specifieke taken is meer nodig dan een adequaat algemeen leervermogen. Een van de belangrijke bronnen die, naast individuele kindkenmerken, zorgt voor variatie in leeruitkomsten is de kwaliteit van de instructie (Ruijsenaars, 1992; Vedder & Koster, 1983). Twee leerlingen met vergelijkbare mogelijkheden kunnen in verschillende onderwijscondities tot uiteenlopende prestaties komen.

Wanneer we de cognitieve ontwikkeling van individuen opvatten als een kwalitatieve verandering in verwerkings- en oplossingsstrategieën, dan kunnen we ook het geven van instructie karakteriseren aan de hand van de wijze waarop strategieën aan bod komen. Onderwijs kan bijvoorbeeld variëren in de mate waarin sturing aan het leerproces wordt gegeven of in de mate van explicitering van instructie. In een onderwijsconcept dat uitgaat van directe instructie worden strategieën sturend aangeboden, gebaseerd op een expliciete analyse van de leertaak. Daar tegenover staat een didactiek waarin meer wordt uitgegaan van de wijze waarop de leerling zelf (impliciet) taken percipieert en aanpakt. In het eerste geval is vooral de inbreng van de volwassene leidend, in het tweede die van de leerling. Een belangrijke vraag is welke benadering in welke situatie het meest aangewezen is. Het belang van deze vraag hangt samen met de verschuiving die in het sbo plaatsvindt in het reken-wiskundeonderwijs. De verwachting is dat sbo-scholen, in navolging van het reguliere basisonderwijs, een realistische methode aan zullen schaffen, en dat de traditionele, structurerende instructie wordt vervangen door een interactieve, bij de leerlingen aansluitende aanpak. Te verwachten is dat leerlingen met beperkte leer mogelijkheden (zoals leerlingen van MLK-scholen) baat zullen hebben bij directe instructie, terwijl kinderen met een groter leerpotentieel (zoals kinderen uit het LOM-onderwijs) meer hun eigen mogelijkheden en eigen inbreng kunnen uitbuiten (zie ook Verschaffel & Ruijsenaars, dit themanummer).

Het voorgaande schetst de probleemstelling in deze bijdrage. Leerlingen kunnen zodanig vastlopen in het onderwijs, dat gekozen wordt voor verwijzing naar het sbo. Een deel van hen heeft intellectuele capaciteiten die in de 'range' van het gemiddelde liggen (LOM), een ander deel functioneert op een lager niveau (MLK). Bij de aanpak van hun rekenproblemen en -strategieën kan gekozen worden voor een vorm van directe instructie of voor meer aansluiting bij hun eigen inbreng. Indien de verschillende keuzen bij de twee typen leerlingen tot andere resultaten leiden, zal daar binnen het speciale basisonderwijs rekening mee gehouden moeten worden.

1.3 Oplossingsstrategieën voor optellen en aftrekken tot 100

Ten aanzien van oplossingsstrategieën voor optellen en aftrekken tot 100 wordt het onderscheid tussen de splitsstrategie en de rijgstrategie algemeen erkend (Beishuizen, 1997; Fuson, Wearne, Hiebert, Murray, Human, Olivier, Carpenter & Fennema, 1997; Klein, Beishuizen & Treffers, 1998). Bij de splitsstrategie wordt apart met tientallen en eenheden gerekend, waarna deze uitkomsten samengenomen worden, terwijl bij de rijgstrategie uitgegaan wordt van het eerste gehele getal, waarna de tientallen en lossen vervolgens erbij of eraf "geregen" worden. De opgave $53+16$ kan bijvoorbeeld worden opgelost via $(50+10)=60+(3+6)=9=69$ (splitsstrategie) of via $53+10(=63)+6=69$ (rijgstrategie). Een derde door Fuson e.a. (1997) onderscheiden strategie betreft een combinatie van de rijg- en de splitsstrategie. Hierbij wordt de opgave $53+16$ opgelost via $(50+10)=60+3(=63)+6=69$.

De kerngedachte van het in deze bijdrage gerapporteerde onderzoek is dat door het stimuleren van een repertoire aan oplossingsstrategieën inzicht in handigheid van de strategieën wordt bevorderd (Van Lieshout, 1997). Flexibel strategiegebruik kan dan, in navolging van bijvoorbeeld Gray en Tall (1994) en Blöte, Klein en Beishuizen (2000), worden gedefinieerd als *aanpassing van de oplossingsstrategie aan de getalmerken van de opgave, waarbij de kans op een foutief antwoord verkleind wordt*. Hoewel een aanpassing ook binnen een strategie kan plaats-

vinden, heeft aanpassing in deze definitie betrekking op een verandering in de strategiekeuze. De laatste toevoeging, "waarbij de kans op een foutief antwoord verkleind wordt", is van belang om het begrip *flexibiliteit* te onderscheiden van het *aantal* gebruikte strategieën. Het aantal gebruikte strategieën (*variëteit*) geeft geen informatie over de handigheid. Met betrekking tot de efficiëntie van de twee strategieën is bekend dat de splitsstrategie tot problemen kan leiden bij aftrekken met tientalpassering (Beishuizen, 1997). De opgave $62-25$ wordt in dat geval opgelost via $(60-20)=40+(2-5)=3=43$. Het inwisselen van een tiental in lossen wordt in dat geval niet beheerst en/of toegepast. Bij dezelfde opgave levert de rijgstrategie minder problemen op, aangezien wordt teruggeteld in sprongen die bovendien aansluiten bij het beheersingsniveau van de leerling (bijvoorbeeld $62-10-10-2-3$ of $62-20-2-3$).

Wat betreft leerlingen in het sbo concludeerden Harskamp en Suhre (1995, 1996) dat een realistische aanpak bij zowel LOM- als MLK-leerlingen tot goede resultaten kan leiden. In hun onderzoek, dat betrekking had op optellen en aftrekken tot 100, werd uitgegaan van de voorkeurstrategieën van de leerlingen met de bedoeling deze te versterken. De leerlingen gingen in het algemeen beter presteren in vergelijking met de controlegroep. Omdat in de begeleiding verschillende sturende aspecten geïntegreerd waren, zoals gebruik van kaartjes met oplossingsstappen en sturende tips door de proefleider, en de controlegroep geen extra hulp ontving, is onduidelijk in hoeverre de inbreng van de leerlingen verantwoordelijk was voor de vooruitgang.

Woodward, Monroe en Baxter (2001) onderzochten in hoeverre verschillende typen leerlingen (gemiddeld presterende leerlingen, risicoleerlingen en leerlingen met leerproblemen) profiteerden van een nadruk op de inbreng van de leerlingen. Het onderzoek vond plaats in de reguliere klassituatie, waarbij klassen met een traditionele methode en didactiek werden vergeleken met klassen waarin een moderne, op de Standards (NCTM) gebaseerde methode en aanpak werden gebruikt. Bij eerste beschouwing leken de leerlingen met leerproblemen het meest te profiteren van de vernieuwde didactiek, maar bij

nadere analyse bleek in deze groep een duidelijke tweedeling op te treden: een aantal leerlingen profiteerde sterk van de instructie, terwijl dit bij eenzelfde aantal leerlingen weinig tot niet het geval was.

1.4 Vraagstelling

We hebben aangegeven dat leerlingen met rekenproblemen in het sbo van elkaar verschillen in intellectuele mogelijkheden. Vóór de intrede van het beleid Weer Samen Naar School werd gesproken van moeilijk lerende kinderen (MLK) en kinderen met leer- en opvoedingsmoeilijkheden (LOM). In dit onderzoek sluiten we aan bij dat onderscheid. De keuze voor een passende didactiek kan variëren van uitgaan van de eigen inbreng van leerlingen en aansluiten bij de door hen zelf gegenereerde strategieën tot een directe instructie in vaststaande procedures. Ook in deze studie maken we dit onderscheid. Binnen de directe instructie hanteren we nog twee varianten, uitgaande van de hierboven genoemde en gangbaar onderscheiden oplossingsstrategieën voor optellen en aftrekken tot 100: de splitsstrategie en de rijgstrategie.

De algemene onderzoeksvraag is die naar de effectiviteit van eigen inbreng (EI) en de beide directe-instructievormen (DI) bij de twee te onderscheiden groepen leerlingen (MLK en LOM). Effectiviteit heeft daarbij betrekking op het strategiegebruik, gekoppeld aan de accuratesse in het optellen en aftrekken tot 100. De specifieke onderzoeksvragen zijn:

- 1 In hoeverre leidt het stimuleren van meerdere oplossingsstrategieën (EI) versus het toestaan van slechts één strategie (DI) tot verschillen in prestaties (*accuratesse*) bij sbo-leerlingen? Zijn er verschillen tussen LOM- en MLK-leerlingen?
- 2 In hoeverre leidt het stimuleren van meerdere oplossingsstrategieën (EI) versus het toestaan van slechts één strategie (DI) tot een verschil in *variëteit* in gebruik van strategieën? Zijn er verschillen tussen LOM- en MLK-leerlingen?
- 3 In hoeverre leidt het stimuleren van meerdere oplossingsstrategieën tot een flexibel gebruik ervan en treden er prestatieverschillen op tussen leerlingen die te onderscheiden zijn in mate van *flexibiliteit*?

Zijn er verschillen tussen LOM- en MLK-leerlingen? We zullen deze laatste vraag niet alleen voor de gehele groep beantwoorden, maar ook apart voor de leerlingen in de eigen-inbrengconditie, aangezien voor hen flexibel oplossingsgedrag een expliciet doel was.

2 Methode

2.1 Proefpersonen

De steekproef bestond uit 70 leerlingen, afkomstig van drie sbo-scholen in Leiden². De selectie vond plaats op basis van rekenniveau. Het uitgangspunt was dat instructie met betrekking tot optellen en aftrekken tot 20 volledig was doorlopen. Instructie met betrekking tot tientalpassering had nog niet plaatsgevonden. Optellen en aftrekken tot 100 zonder tientalpassering was (eventueel) slechts kort aan bod gekomen. Het bestaan van een aangeleerde strategievoorkeur is daardoor onwaarschijnlijk. In overleg met de leerkrachten werden leerlingen bij wie de geplande werkwijze niet uitvoerbaar leek - in verband met gedragsproblemen, te beperkte verbale capaciteiten en/of te zware leesproblemen - niet in de selectie opgenomen. De gemiddelde leeftijd bij het begin van het onderzoek van de gehele groep was 9;10 jaar ($SD = 11$ maanden). Het gemiddelde IQ - volgens de beschikbare dossiergegevens - was 81.5 ($SD = 13.3$). De gemiddelde leeftijd en het gemiddelde IQ van de 34 MLK-leerlingen waren respectievelijk 10;2 jaar ($SD = 10$ maanden) en 72.0 ($SD = 9.6$). De gemiddelde leeftijd en het gemiddelde IQ van de 36 LOM-leerlingen waren respectievelijk 9;7 ($SD = 10$ maanden) en 90.4 ($SD = 9.6$). Aangezien bij de selectie geen rekening is gehouden met geslacht, is de gangbare oververtegenwoordiging van jongens in het sbo terug te vinden in deze steekproef: in totaal namen 44 jongens en 26 meisjes deel. Bij de LOM-leerlingen is deze onevenredige verdeling minder duidelijk (20-16) dan bij de MLK-leerlingen (24-10).

2.2 Materiaal

Werkbladen

Met betrekking tot de werkbladen waren twee punten van belang: ze moesten met duidelijke en aansprekende contexten aanzetten

tot interactie tussen leerlingen én geschikt zijn voor leerlingen in het speciaal basisonderwijs. Na enkele 'try outs' en gesprekken met betrokken leerkrachten is geconcludeerd dat aan bestaande methoden veel bezwaren kleefden. De gangbaar gebruikte methoden bevatten te weinig interactie-uitlokkende contexten, terwijl de drukke bladspiegel van realistische methoden voor te veel afleiding zorgde. De diversiteit aan contexten en het grote beroep op leesvaardigheid gingen zo zeer ten koste van de effectieve instructietijd, dat besloten werd een beperkt aantal standaardcontexten (bijvoorbeeld bussommen, opgaven met de snelheidsmeter of koop-situaties) steeds terug te laten komen. De werkbladen voor de begeleiding in de groepjes en in de klas zijn aldus niet identiek aan, maar wel gebaseerd op bestaande realistische methoden en programma's. Per bijeenkomst waren vijf werkbladen beschikbaar, waarvan één met formuleopgaven en de overige vier met (telkens ongeveer vijf) opgaven over één specifieke context. Op de werkbladen aan het begin van het programma was in de twee DI-condities (rijgen en splitsen) het betreffende model bij de opgave afgebeeld. In de EI-conditie waren beide modellen zichtbaar, zodat de leerlingen het model konden kiezen bij de door hen toegepaste oplossingsstrategie. In de loop van het programma werden de modellen niet meer weergegeven, maar was er ruimte op de werkbladen om het model te tekenen.

De werkbladen sloten bij het begin van het programma aan bij het rekenniveau van de leerlingen: optellen en aftrekken zonder tientalpassering. Rond de achtste bijeenkomst werd de tientalpassering geïntroduceerd, waarna naar het geplande eindniveau, het optellen en aftrekken tot 100 met tientalpassering, werd toegewerkt. De laatste 10 bijeenkomsten (evenals de ongebeide lessen in de klas in dezelfde periode) hadden betrekking op het gehele domein van optellen en aftrekken tot 100.

Toetsen

Vóór de start van het hoofdprogramma is als voormeting een prestatietoets afgenomen. De nameting bestond uit dezelfde toets, aangevuld met een flexibiliteitstoets³.

De prestatietoets bestaat uit 40 items uit de PPON-databank van het Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling (CITO). De items hebben betrekking op optellen en aftrekken tot 100, en betreffen opgaven met en zonder tientalpassering. De toets heeft, in navolging van de PPON-toets, twee gedeelten van 20 items: een deel hoofdrekenen en een deel bewerkingen. Bij het hoofdrekenen is als instructie gegeven dat er geen berekeningen mochten worden opgeschreven; bij het bewerkingengedeelte was dit wel toegestaan. Beide delen bevatten zowel context- als formuleopgaven en werden groepsgewijs afgenomen, waarbij de testleider de opgaven hardop voorlas. Er was geen tijdslimiet.

De flexibiliteitstoets (Milo & Ruijsenaars, 1999) bestaat uit 20 items, waarvan 10 contextopgaven en 10 formuleopgaven. Deze toets is individueel afgenomen, waarbij de testleider de door de leerling gehanteerde oplossingsstrategie op het antwoordblad noteerde. Het doel van deze toets was het vaststellen van aanpassingen van de oplossingsstrategie aan de getalkenmerken van de opgave. Er was geen tijdslimiet. Bij het samenstellen van de flexibiliteitstoets is ervoor gezorgd dat de opgaven de getalkenmerken uit het hele domein van optellen en aftrekken tot 100 beslaan. De 10 formule- en 10 contextopgaven bevatten beiden vijf optel- en vijf aftrekopgaven, waarvan telkens drie aftrekopgaven met tientalpassering. De toets is, wat het type contexten betreft, gebaseerd op het oefenprogramma.

2.3 Procedure

Algemeen

Voordat het programma van start ging, vond een proefleiderstraining plaats. Daarin zijn de achterliggende theorie en praktijkvoorbeelden van de instructie aan bod gekomen. De instructie betrof zowel de rekeninhoudelijke aanpak als de interactie en bijbehorende gedragsregels. De proefleiderstraining werd afgesloten met het bekijken en bediscussieren van een video-opname van een door de proefleider zelf uitgevoerde les. Alle proefleiders waren ouderejaars student Pedagogische Wetenschappen (afstudeerrichting Leerproblemen). Van de zeven studenten die de groepjes begeleidden, hadden er zes onder-

wijs- en/of 'remedial teaching'-ervaring. Na de training zijn de groepjes toegewezen aan de proefleiders, waarbij erop is gelet dat elke proefleider groepjes uit verschillende condities, van verschillende scholen en/of van de verschillende leerlingtypes (LOM/MLK) ter begeleiding kreeg. Gedurende de uitvoeringsfase hebben regelmatig gezamenlijke bijeenkomsten met de proefleiders plaatsgevonden, waarin onder andere werd gediscussieerd over de vorderingen en de vormgeving van de condities aan de hand van videoregistraties.

De leerlingen zijn na de voormeting (zie Tabel 1) gedurende een half jaar begeleid volgens een conditie waarin de inbreng van de leerling uitgangspunt was (eigen inbreng) of een conditie waarin de instructie sturend was en een bepaalde rekenstrategie centraal stond (directe instructie). In de eerste conditie werden zowel de rijg- als splitsstrategie in het voorprogramma geïntroduceerd en gedurende het gehele programma toegestaan. De proefleider maakte geen sturende opmerkingen met betrekking tot strategiekeuze; de keuze van de strategie werd volledig overgelaten aan de leerlingen. Voor beide strategieën werd een ondersteund model geïntroduceerd: de getallenlijn voor de rijgstrategie en het getalpositieschema voor de splitsstrategie. Het idee was dat de leerlingen door de strategieën te vergelijken tot inzicht in handigheid van de verschillende strategieën konden komen en ze flexibel zouden toepassen. In de directe-instructiecondities werd óf de rijgstrategie, ondersteund door de getallenlijn, óf de splitsstrategie, ondersteund door het getalpositieschema, geïntroduceerd. Gebruik van een andere dan de aangeboden strategie werd in deze conditie niet toegestaan. Uitgangspunt was dat de strategie ingeslepen zou raken door deze veel toe te passen.

De LOM- en MLK-leerlingen zijn apart begeleid in groepjes van drie tot vijf kinderen. Ze werden tweemaal per week tijdens de rekenles uit de klas gehaald. Leerlingen uit dezelfde klas kwamen bij elkaar in één groepje. Voor de overige rekenlessen waren er werkbladen in de klas, die zelfstandig konden worden gemaakt of - wanneer mogelijk - in overleg met een andere leerling uit

Tabel 1

Het onderzoeksdesign: aantal leerlingen per conditie (totaal N = 70) en tijdpad

Conditie	Aantal leerlingen
Eigen inbreng	13 MLK-leerlingen 13 LOM-leerlingen
Directe instructie (Rijgstrategie)	11 MLK-leerlingen 11 LOM-leerlingen
Directe instructie (Splitsstrategie)	10 MLK-leerlingen 12 LOM-leerlingen
	Tijdpad
Voormeting	januari: meting prestatie
Begeleidingsprogramma	jan.- juli: introductie en 25 bijeenkomsten
Nameting	juli: meting prestatie en flexibiliteit

het eigen onderzoeksgroepje. De kinderen werden tijdens de onderzoeksperiode niet door de eigen leerkracht begeleid bij het optellen en aftrekken tot 100. Wanneer andere rekenonderdelen dan het optellen en aftrekken tot 100 in de klas aan bod kwamen, deden de leerlingen gewoon mee. Na het begeleidingstraject werden in de nameting de toetsen uit de voormeting nogmaals afgenomen, aangevuld met de flexibiliteitstoets.

Het programma bestond uit twee gedeeltes: een voor- en een hoofdprogramma. Het voorprogramma (minimaal vier en maximaal zes bijeenkomsten) had tot doel de leerlingen bekend te maken met de te gebruiken strategie(ën) en bijbehorend(e) model(len) en tegelijkertijd te leren werken in groepjes. Omdat de leerlingen in de eigen-inbrengconditie met meer strategieën en modellen bekend moesten raken, duurde voor hen het voorprogramma iets langer. Ook bleek in de groepjes in verschillende mate aandacht nodig voor het samenwerken. Hiertoe werden met de leerlingen afspraken over het gedrag gemaakt ('social norms', zie Gravemeijer, 1996; Lo & Wheatley, 1994; Yackel & Cobb, 1996), waarop tijdens de bijeenkomsten kon worden teruggegrepen. De lesduur in het voor- en hoofdprogramma was (ongeveer) 45 minuten, afhankelijk van hetgeen op de betreffende school gebruikelijk was. De daadwerkelijke rekenbegeleiding vond plaats in de bijeenkomsten van het hoofdprogramma (25 in totaal) met in enkele gevallen een uitval

door praktische omstandigheden. Ongeacht de conditie begon elke bijeenkomst met een interactieve fase aan de hand van een context. In de eigen-inbrengconditie konden de leerlingen verschillende oplossingsstrategieën inbrengen, welke dan besproken en vergeleken werden. In de twee directe-instructiecondities deden enkele leerlingen de (enig toegestane) strategie voor, waarbij de begeleider inging op de juistheid van de uitvoering ervan.

Procedure ten aanzien van flexibiliteitstypering

Van flexibel strategiegebruik is sprake wanneer een oplossingsstrategie zo wordt aangepast aan de getalmerken van een opgave, dat de kans op een foutief antwoord verkleind wordt. Als leerlingen bij aftrekopgaven met tientalpassering een strategie kiezen die minder foutgevoelig is dan de strategie die ze bij de overige opgaven gebruiken, dan kunnen we ze derhalve beschouwen als flexibel. Om de flexibiliteit van leerlingen te typeren, zijn we uitgegaan van de volgende beslisregels. De (enkele) opgaven waarbij geen strategie was vast te stellen, bleven hierbij buiten beschouwing. Wanneer in minimaal 75% van de opgaven een vaste strategie werd gebruikt, werd de leerling aangeduid als *rijgend óf splitsend*. Een implicatie van deze beslisregel was dat leerlingen die consistent één strategie toepasten (bijvoorbeeld de rijgstrategie) niet getypeerd werden als *flexibel*. De leerlingen die wisselende strategieën toepasten, maar dit dusdanig deden dat de kans op een foutief antwoord niet verkleind werd, werden getypeerd als *niet-gericht* ('trial-and-error'). De leerlingen die bij minimaal vijf van de zes aftrekopgaven met tientalpassering de rijg- of combinatiestrategie toepasten en bij de overige opgaven hoofdzakelijk de splitsstrategie werden tenslotte getypeerd als *flexibel*.

3 Resultaten

Aangezien er bij de prestatietoets nagenoeg geen bewerkingen bleken te zijn opgeschreven en daarmee het onderscheid tussen hoofd- en bewerkingengedeelte wegviel, is

nagegaan of de toets als één geheel geanalyseerd zou kunnen worden. De samenhang tussen de scores op beide onderdelen bleek hoog (op de voormeting: $r = .71$; op de nameting: $r = .73$; in beide gevallen $p < .01$), zodat we in het vervolg uit kunnen gaan van de samengevoegde totaalscores. We beschouwen de hele toets derhalve als een hoofdrekentoets.

In de eerste plaats is met een covariantieanalyse (met de voormetingscore als covariaat) nagegaan of conditie een effect had op het resultaat bij de prestatietoets. Vervolgens zijn de verschillende flexibiliteitstypen met elkaar vergeleken voor wat betreft hun score op de prestatietoets. Deze laatste analyse is voor zowel de gehele steekproef als voor de eigen-inbrengconditie uitgevoerd. Te verwachten is immers dat in deze laatste conditie, aansluitend bij het eigen repertoire aan oplossingsstrategieën, een grotere flexibiliteit wordt bevorderd. De resultaten zijn telkens in eerste instantie voor de totale steekproef geanalyseerd, daarna voor de LOM- en MLK-leerlingen afzonderlijk. Bij de analyses is gecorrigeerd voor de invloed van sekse en leeftijd door deze, evenals de score op de voormeting van de prestatietoets, op te nemen als covariabelen.

3.1 Het effect van conditie op de rekenprestatie

Voor de steekproef in zijn geheel is een significant effect waarneembaar van conditie op de prestatietoetscore ($F(2,63) = 4.80$; $p < .05$). Directe instructie volgens de rijgstrategie leidt tot betere resultaten dan directe instructie volgens de splitsstrategie ($F(1,38) = 4.60$; $p < .05$), maar ook in vergelijking tot de eigen-inbrengconditie ($F(1,43) = 8.09$; $p < .01$). In Tabel 2 worden de gemiddelde scores op de voor- en nameting weergegeven.

Binnen de groep LOM-leerlingen en de groep MLK-leerlingen blijken de gevonden verschillen niet significant te zijn, maar is wel dezelfde trend waarneembaar.

3.2 Flexibiliteitstypering

De typering van de flexibiliteit van leerlingen levert voor de diverse condities de in Tabel 3 weergegeven verdeling op. Op twee na waren alle leerlingen direct en eenduidig te typeren.

Tabel 2

Score prestatietoets per conditie (vm = voormeting; nm = nameting)

Conditie		Totaal			MLK			LOM		
		N	M	SD	N	M	SD	N	M	SD
Eigen inbreng	vm	26	14.12	7.01	13	12.31	6.26	13	15.92	7.49
	nm	26	21.35	8.80	13	20.38	9.12	13	22.31	8.72
Directe instructie (Rijgstrategie)	vm	22	12.68	7.58	11	11.64	7.89	11	13.73	7.48
	nm	22	25.50	6.91	11	25.45	5.72	11	25.55	8.23
Directe instructie (Splitsstrategie)	vm	22	12.41	6.55	10	9.90	4.56	12	14.50	7.38
	nm	21	21.10	7.48	9	20.78	2.68	12	21.33	9.82

De uitval betrof in beide gevallen een onduidelijke scoring door de testleider. Hun resultaten zijn in het navolgende buiten beschouwing gelaten.

Elke individuele typering is ter controle voorgelegd aan de proefleiders om na te gaan of deze voor hen herkenbaar was. Dit bleek inderdaad het geval: de leerlingen die gedurende de begeleiding altijd een bepaalde strategie gebruikten, waren ook als dusdanig getypeerd (*rijgend* of *splitsend*), en de leerlingen die meerdere strategieën gebruikten, werkten ook zo tijdens de flexibiliteitstoets en waren óf als *flexibel* óf als *niet-gericht* getypeerd.

In de eigen-inbrengconditie is vooral het grote aantal leerlingen dat splitsend oplost opvallend. Slechts vijf leerlingen zijn te typeren als *flexibel*. De verdeling van de verschillende typen vertoont voor de LOM- en MLK-leerlingen dezelfde verhouding: enkele leerlingen zijn flexibel, enkelen werken rijgend, het grootste aantal werkt splitsend en een enkeling niet-gericht.

Zoals verwacht vinden we in de directe-rijgconditie geen splitsende en in de directe-splitsconditie geen rijgende oplossers. In

deze condities treffen we geen oplossers die als *niet-gericht* zijn te typeren, maar wel enkele flexibele leerlingen: vier leerlingen met een directe-rijginstructie en één leerling uit de directe instructie volgens de splitsstrategie. In alle gevallen betreft het LOM-leerlingen. De MLK-leerlingen houden zich aan de strategie die in de begeleiding centraal stond.

3.3 Prestaties en flexibiliteitstypering

Bij de analyses met betrekking tot flexibiliteitstypering laten we de twee niet-gerichte en onderling verder niet vergelijkbare oplossers buiten beschouwing.

Covariantieanalyse op de resultaten van de totale onderzoeksgroep laat zien dat de flexibiliteitstypen significant van elkaar verschillen in gemiddelde prestaties ($F(2,59) = 6.90; p < .01$). De flexibele en de rijgende oplossers presteren beter dan de splitsende leerlingen (respectievelijk: $F(1,38) = 6.89; p < .05$, en $F(1,50) = 10.73; p < .01$). Er is geen verschil tussen de flexibele en de rijgende leerlingen.

Binnen de MLK-groep valt op dat de twee flexibele leerlingen op de nameting aanmerkelijk hogere scores behalen dan de rijgende

Tabel 3

Flexibiliteitstypering: aantal leerlingen per conditie en onderwijstype (totaal (MLK - LOM))

Conditie	Flexibiliteitstypering			
	Flexibel	Rijgend	Splitsend	Niet-gericht
Eigen inbreng	5 (2-3)	5 (2-3)	13 (7-6)	2 (1-1)
Directe instructie (Rijgstrategie)	4 (0-4)	17 (10-7)		
Directe instructie (Splitsstrategie)	1 (0-1)		21 (10-11)	
Totaal	10 (2-8)	22 (12-10)	34 (17-17)	2 (1-1)

Tabel 4

Score prestatietoets per flexibiliteitstype - totale steekproef (vm = voormeting; nm = nameting)

Flexibiliteits- typering		Totaal			MLK			LOM		
		N	M	SD	N	M	SD	N	M	SD
Flexibel	vm	10	15.60	7.21	2	13.00	4.24	8	16.25	7.87
	nm	10	27.50	7.26	2	34.00	2.83	8	25.87	7.18
Rijgend	vm	22	13.36	6.88	12	11.75	7.40	10	15.30	6.00
	nm	22	25.32	6.13	12	24.17	5.41	10	26.70	6.93
Splitsend	vm	34	11.65	6.05	16	12.76	6.70	17	12.76	6.70
	nm	33	19.18	7.53	17	19.63	5.60	17	18.76	9.15

en splitsende oplosers, terwijl hun score op de voormeting niet noemenswaardig hoger was. In de LOM-groep scoren op de nameting de flexibele én de rijgende leerlingen relatief hoog. In Tabel 4 geven we de gemiddelde scores weer op de voor- en nameting van de flexibiliteitstypen.

Wanneer we ons vervolgens beperken tot de eigen-inbrengconditie - daarin immers wordt flexibiliteit gestimuleerd - valt op dat de flexibele en rijgende leerlingen gemiddeld genomen hoge scores behalen in vergelijking tot de splitsende leerlingen. De verschillen blijken significant voor de flexibele leerlingen ($F(1,13) = 5.80; p < .05$). Tabel 5 toont de gemiddelde scores op de voor- en nameting voor de verschillende flexibiliteitstypen binnen de eigen-inbrengconditie. Over de flexibele leerlingen binnen de MLK-groep is door het geringe aantal weinig te zeggen, al is hun hoge score op de nameting opmerkelijk. In de LOM-groep doen de flexibele én de rijgende oplosers het op de nameting beter dan de splitsende leerlingen.

4 Conclusies en discussie

Hoewel het hier gerapporteerde onderzoek niet is opgezet als een toetsing van de ideeën van Siegler, is het interessant na te gaan in hoeverre een interpretatie van de resultaten mogelijk is aan de hand van de vier parameters die gebruikt worden om de ontwikkeling van strategieën te beschrijven (Lemaire & Siegler, 1995). We gaan daarbij in op de eerste, tweede en vierde parameter (respectievelijk: het *repertoire* aan beschikbare strategieën, de *relatieve gebruiksvoorkeur* voor de beschikbare strategieën en de *wijze* waarop de strategiekeuze aan de situatie wordt *aangepast*) en koppelen de resultaten van de eerste en vierde parameter aan de derde parameter. Over de derde parameter, de *snelheid en accuratesse* waarmee elk van de strategieën wordt uitgevoerd, kunnen we met de prestatietoets alleen uitspraken doen over de accuratesse, aangezien geen bruikbare snelheidscores beschikbaar zijn.

De eerste parameter, het *repertoire* aan

Tabel 5

Score prestatietoets per flexibiliteitstype - eigen-inbrengleerlingen (vm = voormeting; nm = nameting)

Flexibiliteits- typering		Totaal			MLK			LOM		
		N	M	SD	N	M	SD	N	M	SD
Flexibel	vm	5	17.40	5.77	2	13.00	4.24	3	20.33	5.03
	nm	5	29.40	5.90	2	34.00	2.83	3	26.33	5.51
Rijgend	vm	5	18.40	4.39	2	19.00	7.07	3	18.00	3.61
	nm	5	25.60	5.68	2	21.50	6.36	3	28.33	4.04
Splitsend	vm	13	10.77	5.12	7	11.43	6.48	6	10.00	3.35
	nm	13	16.85	7.32	7	18.14	8.01	6	15.33	6.83

beschikbare strategieën, is een aspect dat in dit onderzoek een grote rol speelde. Het benadrukken van een repertoire aan strategieën (eigen inbreng) tegenover het aanbieden en toestaan van slechts één oplossingsstrategie (directe instructie) vormt een duidelijk onderscheid. In elk groepje van de eigen-inbrengconditie zijn bij de gezamenlijke bespreking van de opgaven verschillende strategieën aan bod gekomen. Een vraag die in dit onderzoek centraal stond is of dit ook tot hogere scores op de prestatietoets zou leiden. Dat blijkt niet het geval te zijn. Stimulering van, discussie over en oefening in meer strategieën resulteren *niet* in betere prestaties. Leerlingen die begeleid waren met een directe-rijginstructie bleken gemiddeld betere prestaties te behalen dan leerlingen waarbij de eigen inbreng uitgangspunt was. Aangezien de directe-rijginstructie ook tot betere prestaties leidde dan de splitsinstructie, is kennelijk niet alleen de hoeveelheid beschikbare strategieën, maar ook de soort strategie van invloed. Dat de rijgstrategie, ondersteund door de getallenlijn, bij optellen en aftrekken tot 100 goede resultaten oplevert, is al eerder benadrukt door bijvoorbeeld Beishuizen en collega's (Beishuizen, 1997; Beishuizen, Van Putten & Van Mulken, 1997; Klein, et al., 1998). Het kunnen doorlopen van verschillende stappen in het oplossingsproces is toepasbaar op verschillende rekenniveaus. De visualisering op de getallenlijn - waardoor het werkgeheugen ontlast wordt - maakt dit proces voor de leerlingen bovendien inzichtelijk. Na verloop van tijd kan de getallenlijn ook als mentaal model dienen (Beishuizen, 1993).

Aan de tweede parameter, *de relatieve frequentie* waarmee de verschillende strategieën worden toegepast, is aandacht besteed door met de flexibiliteitstoets na te gaan in hoeverre verschillende oplossingsstrategieën zijn toegepast in een diversiteit aan opgaven (context- en formuleopgaven, optellen zonder en met tientalpassering, aftrekken zonder en met tientalpassering). De leerlingen uit de directe-instructiecondities bleken, zoals verwacht, over het algemeen de aangeleerde strategie toe te passen. Sommigen bleken echter ook de niet-geïnstrueerde strategie te gebruiken, ook al was dit gedurende de instructieperiode

niet toegestaan. Opvallend is dat dit uitsluitend bij LOM-leerlingen voorkwam. Van de 25 leerlingen die volgens de eigen-inbrengconditie waren begeleid, bleken er zeven een variëteit aan strategieën te hanteren op de flexibiliteitstoets. De overige 18 leerlingen gebruikten, ondanks het feit dat ze konden beschikken over een groter repertoire, toch hoofdzakelijk één oplossingsstrategie. Het stimuleren van een repertoire aan strategieën leidt bij sbo-leerlingen dus maar in beperkte mate tot daadwerkelijk gebruik van verschillende manieren van oplossen. Zoals uit onderzoek van Harskamp en Suhre (1995, 1996) bleek, beschikken sbo-leerlingen vaak over een (aangeleerde of zelf gekozen) voorkeursstrategie en stappen ze daar niet snel van af.

De vierde parameter, *de mate van flexibiliteit of adaptiviteit* van de strategiekeuze, is al bij de eerder beschreven flexibiliteitstypering aan bod gekomen. Opvallend is dat een aantal LOM-leerlingen flexibel is in hun strategiekeuze, ondanks (directe) instructie in slechts één strategie. Bij de MLK-leerlingen kwam zo'n flexibiliteit niet voor. Zij blijven vasthouden aan wat is aangeleerd. Binnen de groep die werd gestimuleerd in het gebruiken van een repertoire aan strategieën (de eigen-inbrengconditie) is opvallend dat 18 leerlingen hun strategie *niet* aanpassen. Van de overige zeven leerlingen doen twee dit bovendien niet consistent en gericht, waardoor de kans op een foutief antwoord niet kleiner wordt. Binnen de gehele steekproef blijkt dat de rijgende en de flexibele leerlingen gelijke prestaties behalen, maar dat de splitsende oplossers lager scoren. Het prestatieverschil blijkt terug te voeren op het type gebruikte strategie.

Hoewel de LOM- en MLK-leerlingen gelijk presteren in het getrainde domein, wijzen de resultaten toch op een belangrijk onderscheid tussen de groepen. In de eerste plaats gebruiken slechts drie van de 32 MLK-leerlingen meerdere oplossingsstrategieën (waarvan één leerling niet-gericht), terwijl dit voor negen van de 36 LOM-leerlingen geldt (waarvan eveneens één niet-gericht). Dat geen enkele MLK-leerling uit de directe-instructiecondities een andere dan de aangeleerde strategie toepast, terwijl vijf LOM-leerlingen dat wel doen, suggereert dat

instructie bij de twee typen leerlingen een verschillend effect sorteert. Het gegeven dat de rijgende LOM-leerlingen beter scoren dan de splitsende en even goed als de flexibele leerlingen, terwijl bij de MLK-leerlingen geen verschil blijkt tussen de rijgende en splitsende oplossters en er slechts twee flexibele leerlingen positief uitspringen, is eveneens het vermelden waard. Het sluit aan bij de resultaten uit een onderzoek van Woodward e.a. (2001), waarin het stimuleren van eigen inbreng binnen de groep leerlingen met leerproblemen tot een tweedeling leidt. Eén deel van hen profiteert sterk van een dergelijke instructie, een ander deel weinig tot niet.

Het hier beschreven onderzoek heeft een aantal beperkingen. De belangrijkste is dat de leerlingen in kleine groepjes begeleid zijn, waardoor generalisatie van de resultaten naar de instructie in een klas niet mogelijk is. We moeten er bovendien op wijzen dat in overleg met de leerkrachten een aantal leerlingen - als vermoed werd dat de werkwijze niet uitvoerbaar zou zijn door beperkingen in hun gedrag, leesniveau of verbale capaciteiten - niet in de selectie is opgenomen. Het is overigens de vraag in hoeverre de wenselijk geachte interactie in een groep van 15 à 20 leerlingen in het sbo haalbaar is. Zowel de invloed van specifieke leerlingkenmerken op het groepsproces als het profijt dat kinderen met meer complexe problemen van de gekozen aanpak kunnen hebben, is moeilijk in te schatten. Toch kunnen aan de resultaten enkele belangrijke conclusies verbonden worden.

In de eerste plaats werpt het onderzoek licht op de effecten van eigen inbreng, één van de centrale aspecten van het realistisch reken-wiskundeonderwijs. De sbo-leerlingen profiteren meer van een helder gestructureerde aanpak dan van het aansluiten bij en stimuleren van een diversiteit aan oplossingsstrategieën. Gebruik van de rijgstrategie, ondersteund door de getallenlijn, lijkt de meeste vruchten af te werpen. Dát een directe-rijginstructie tot betere resultaten leidt dan de eigen-inbrengconditie is belangrijk met het oog op huidige invoering van realistische methoden in het sbo. In recente PPO-peilingen is vastgesteld dat in het reguliere basisonderwijs op 74% van de scholen een realistische reken-wiskundemethode werd

gebruikt (Janssen, Van der Schoot, Hemker & Verhelst, 1999), maar dat dit percentage in het LOM-onderwijs 56% en in het MLK-onderwijs slechts 9% bedroeg (Kraemer, Van der Schoot & Engelen, 2000). Sbo-leerlingen met rekenproblemen zijn echter al op een eerder moment binnen het regulier onderwijs met deze methoden vastgelopen. Het is dan ook niet vanzelfsprekend dat een eigen-inbrenginstructievorm uit het regulier basisonderwijs zonder meer overdraagbaar is naar het sbo. De verhouding tussen het aantal flexibele (vijf) en niet-flexibele leerlingen (20) roept de vraag op hoe dwingend de nadruk op de eigen inbreng voor het sbo is. Het effect op inzichtelijk en flexibel oplossingsgedrag lijkt beperkt en leidt *niet* tot gemiddeld betere prestaties. Het belang van een zekere mate van sturing wordt door Swanson, Hoskyn en Lee (2000) alsook door Butler, Miller, Lee en Pierce (2001) benadrukt. Ze toonden middels een meta-analyse aan dat bij leerlingen met leerproblemen de beste resultaten worden behaald met een didactiek waarin elementen van directe instructie duidelijk herkenbaar zijn. Expliciete instructie, uitgebreide inoefening (Butler et al., 2001), sturende opmerkingen met betrekking tot strategiegebruik en segmenteren van een vaardigheid (Swanson et al., 2000) zijn de instructiecomponenten die een sterke bijdrage leverden aan de positieve effecten.

Daarnaast laat het hier gerapporteerde onderzoek een sterk leeftijdsverschil zien tussen MLK- en LOM-leerlingen bij het bereiken van een bepaald beheersingsniveau. Dit weerspiegelt het gegeven dat MLK-leerlingen, ondanks een langere onderwijservaring, minder leerwinst behalen. Dit maakt gezamenlijk onderwijs - een beleidsstreven sinds de invoering van Weer Samen Naar School - niet onmogelijk, maar pleit evenmin ten voordele van een vanzelfsprekende integratie van de twee groepen in het reken-wiskundeonderwijs. De recente PPO-peiling in het LOM- en MLK-onderwijs (Kraemer e.a., 2000) maakt duidelijk dat LOM- en MLK-leerlingen niet hetzelfde eindniveau behalen: ten aanzien van LOM-leerlingen wordt geconcludeerd dat van de groep 12-jarigen de helft het aftrekken tot 100 niet goed genoeg beheerst, maar dat de 13-jarigen in het reke-

nen tot 100 tot een betere beheersing komen. Daarentegen wordt ten aanzien van MLK-leerlingen geconcludeerd dat zeker een kwart van de 12-jarigen niet in staat is het tussen-doel van het rekenen tot 20 te realiseren, en dat in vergelijking hiermee de 13-jarige MLK-leerlingen niet structureel verder komen in hun ontwikkeling.

Noten

- 1 Het hier gerapporteerde onderzoek is gefinancierd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), Gebied Maatschappij- en Gedragwetenschappen, nr. 575-36-002.
- 2 Met dank aan De Wissel, De Marke en De Vuurvogel.
- 3 Naast genoemde toetsen werden ook een motivatievragenlijst en enkele tempotoetsen afgenomen in zowel de voor- als nameting en een transfertoets in de nameting. De resultaten van deze toetsen worden in deze bijdrage buiten beschouwing gelaten. Publicaties betreffende deze variabelen zijn in voorbereiding.

Literatuur

Aalsvoort, G.M. van der, Resing, W.C.M., & Ruijsenaars, A.J.J.M. (in druk). *Learning potential assessment and cognitive training: actual research and perspectives in theory building and methodology*. Oxford: Elsevier Science Ltd.

Beishuizen, M. (1993). De lege getallenlijn als (sober) mentaal model. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, 11(3), 16-19.

Beishuizen, M. (1997). Development of mathematical strategies and procedures up to 100. In M. Beishuizen, K.P.E. Gravemeijer, & E.C.D.M. van Lieshout (Eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp. 127-162). Utrecht: Freudenthal Instituut.

Beishuizen, M., Putten, C.M. van, & Mulken, F. van (1997). Mental arithmetic and strategy use with indirect number problems up to one hundred. *Learning and Instruction*, 7, 87-106.

Blöte, A.W., Klein, A.S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understand-

ding. *Learning and Instruction*, 10, 221-247.

Butler, F.M., Miller, S.P., Lee, K., & Pierce, T. (2001). Teaching mathematics to students with mild-to-moderate mental retardation: a review of literature. *Mental Retardation*, 39, 20-31.

Fuson, K.C., Wearne, D., Hiebert, J.C., Murray, H.G., Human, P.G., Olivier, A.I., Carpenter, T.P., & Fennema, E. (1997). Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 130-162.

Gravemeijer, K.P.E. (1996). Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor Nascholing en Onderzoek van het Reken-wiskundeonderwijs*, 14(2), 17-23.

Gray, E.M., & Tall, D.O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: a "proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 166-140.

Hamers, J.H.M., & Ruijsenaars, A.J.J.M. (1984). *Leergeschiedenis en leertests. Een leertestonderzoek bij eersteklassers in het gewoon lager onderwijs*. Harlingen: Flevodruk (In 1986 verschenen bij Swets & Zeitlinger, Lisse).

Hamers, J.H.M., Sijtsma, K., & Ruijsenaars, A.J.J.M. (1993). *Learning potential assessment. Theoretical, methodological and practical issues*. Lisse: Swets & Zeitlinger.

Harskamp, E.G., & Suhre, C.J.M. (1995). *Hoofdrekenen in het speciaal onderwijs*. Groningen: GION.

Harskamp, E.G., & Suhre, C.J.M. (1996). Hoofdrekenen tot honderd op maat. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek*, 35, 115-130.

Janssen, J., Schoot, F. van der, Hemker, B., & Verhelst, N. (1999). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 3. Uitkomsten van de derde peiling in 1997*. Arnhem: Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling.

Klein, A.S., Beishuizen, M., & Treffers, A. (1998). The empty number line in Dutch second grades: realistic versus gradual program design. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 443-464.

Kraemer, J.-M., Schoot, F. van der, & Engelen, R. (2000). *Balans van het reken-wiskundeonderwijs op LOM- en MLK-scholen 2. Uitkomsten van de tweede peiling in 1997*. Arnhem: Centraal Instituut voor Toetsontwikkeling.

Lemaire, P., & Siegler, R.S. (1995). Four aspects of strategic change: contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology*, 124, 83-97.

Lieshout, E.C.D.M. van (1997). *Optimalisering van onderwijsleerprocessen bij de verwerving van rekenkennis*. Subsidieaanvraag NWO, afdeling SGW.

Lo, J., & Wheatley, G.H. (1994). Learning opportunities and negotiating social norms in mathematics class discussion. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 145-164.

Milo, B.F., & Ruijssenaars, A.J.J.M. (1999). *Flexibiliteitstoets optellen en aftrekken tot 100*. (Ongepubliceerde test). Leiden: Universiteit Leiden.

Resnick, L.B. (1976). *The nature of intelligence*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Ruijssenaars, A.J.J.M. (1992). *Rekenproblemen. Theorie, diagnostiek, behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.

Siegler, R.S. (1978). *Children's thinking: What develops? Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum*.

Siegler, R.S. (1996). *Emerging minds. The process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press.

Siegler, R.S., & Jenkins, E.A. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Swanson, H.L., Hoskyn, M., & Lee, C. (2000). *Interventions for students with learning disabilities. A meta-analysis of treatment outcomes*. New York / London: the Guilford Press.

Vedder, P., & Koster, K. (1983). *Rekenonderwijs in de fout*. Apeldoorn: Van Walraven.

Woodward, J., Monroe, K., & Baxter, J. (2001). Enhancing student achievement on performance assessments in mathematics. *Learning Disabilities Quarterly*, 24 (Winter), 33-46.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 458-477.

Correspondentieadres: B. Milo, Universiteit Leiden, Faculteit der Sociale Wetenschappen, Afdeling Onderwijsstudies, Postbus 9555, 2300 RB Leiden, e-mail: milo@fsw.leidenuniv.nl

Abstract

Special-needs students' use of strategies for addition and subtraction up to 100: guiding or directing instruction?

The main question of this research concerns the effects of different instructional types with respect to addition and subtraction up to 100 for students with special needs (mildly mentally retarded students and students with specific learning disabilities). For this purpose 70 students were trained in small groups during a half-year period. In this training, either guiding instruction (compatible with students' individual strategies) was provided or direct instruction (in which one strategy was taught and executed: the jump method or the split method) was given. Results show that students who were trained using only the jump method benefited most. Moreover, few guided students became flexible problem solvers. With respect to the use of strategies and the efficiency of such use, some important differences between the mildly mentally retarded students and students with specific learning disabilities are obvious. The results are discussed with respect to the possibilities of instruction that is compatible with special-needs-students'-strategies.

Manuscript aanvaard: 31 januari 2002

Auteurs

Bauke Milo is als onderzoeker-in-opleiding verbonden aan de afdeling Onderwijsstudies van de Universiteit Leiden.

Wied Ruijssenaars is als hoogleraar verbonden aan de afdeling Orthopedagogiek van de Universiteit Leiden.