

Veranderingen in strategiegebruik bij het leren vermenigvuldigen: effecten van een interventiestudie bij kinderen met rekenproblemen

E. Kroesbergen en J. van Luit

Samenvatting

Dit artikel beschrijft de resultaten van een interventiestudie naar het leren vermenigvuldigen van kinderen met rekenproblemen¹. 175 leerlingen uit 24 scholen voor regulier en speciaal basisonderwijs hebben gedurende vier tot vijf maanden instructie in vermenigvuldigen ontvangen. De helft van deze groep heeft een interventie gekregen waarin directe instructie is gegeven, de andere helft een interventie waarbij er veel ruimte was voor eigen inbreng van de leerlingen. Tevens zijn de resultaten vergeleken met 90 leerlingen die de reguliere instructie hebben gevolgd. Middels een voor- en nameting is het strategiegebruik in kaart gebracht. In alle drie condities verandert het strategiegebruik tussen voor- en nameting, maar de experimentele groepen gaan meer vooruit dan de controlegroep. Tussen de experimentele groepen zijn slechts kleine verschillen gevonden; in de eigen-inbrengconditie worden enkele strategieën gebruikt die in de directe-instructieconditie niet of minder worden gebruikt, maar de laatste vertoont meer vooruitgang in prestatie.

1 Theoretische achtergrond en onderzoeksvragen

In de afgelopen decennia is veel onderzoek gedaan naar het reken-wiskundeonderwijs in de basisschool. Inmiddels wordt op de meeste scholen een methode gebruikt die uitgaat van de principes van het realistisch reken-wiskundeonderwijs (Kraemer, Van der Schoot & Engelen, 2000; Noteboom, Van der Schoot, Janssen & Veldhuijzen, 2000). Dit artikel gaat in op een belangrijk doel binnen het realistisch reken-wiskundeonderwijs: de ontwikkeling van een adequaat strategiegebruik voor het oplossen van rekentaken. Eén aspect van het reken-wiskundeonderwijs wordt hier besproken, namelijk het leren ver-

menigvuldigen. Bij het oplossen van vermenigvuldigtaken zijn verschillende strategieën mogelijk, wat impliceert dat het onderwijs in vermenigvuldigen gericht moet zijn op het leren van strategieën. Omdat er nog maar beperkt onderzoek is gedaan naar de effecten van realistisch reken-wiskundeonderwijs bij kinderen met rekenproblemen, richt dit artikel zich op deze groep leerlingen.

Ongeveer 25% van de leerlingen in de basisschool heeft problemen met het leren rekenen en ongeveer 5% van het totaal aantal leerlingen heeft zelfs ernstige rekenproblemen (Rivera, 1997). De rekenproblemen kunnen heel verschillend van aard zijn en door verschillende factoren worden veroorzaakt. Oorzaken kunnen bijvoorbeeld gezocht worden in kindkenmerken als intelligentie, motivatie, geheugen, metacognitieve kennis/vaardigheden, of taalbeheersing. De problemen kunnen echter ook veroorzaakt of versterkt worden doordat de instructie niet goed is aangesloten op de specifieke behoeften van de leerling. Kinderen met rekenproblemen hebben specifieke behoeften en hebben dus ook specifieke instructie nodig (Carnine, 1997). Als het reguliere programma niet blijkt te voldoen, zal het onderwijs aangepast moeten worden (Geary, 1994). Om de leerkrachten hierbij te helpen, zijn specifieke remediëringsprogramma's nodig. In het hier gerapporteerde onderzoek is met behulp van zo'n remediëringsprogramma instructie op het gebied van vermenigvuldigen aangeboden aan leerlingen met rekenproblemen uit regulier en speciaal (voormalig LOM en MLK) onderwijs. Er is onderzocht wat het effect van dit programma is op het strategiegebruik en de prestaties van de leerlingen. Voordat echter de opzet en de resultaten van dit onderzoek worden gepresenteerd, zal eerst kort worden ingegaan op de kenmerken van leerlingen met rekenproblemen en op de manier waarop instructie gegeven kan worden.

1.1 Kinderen met rekenproblemen

Hoewel er niet kan worden gesproken over *het* kind met rekenproblemen, omdat ieder kind uniek en dus anders is, zal toch getracht worden om een beschrijving te geven van enkele algemene kenmerken van deze kinderen, en de gevolgen hiervan voor het leren rekenen. Uit onderzoek zijn verschillende tekorten en deficiënties naar voren gekomen die bij de meeste kinderen met rekenproblemen blijken voor te komen. Sommige leerlingen hebben tijdelijke problemen, bijvoorbeeld bij het verwerven van kennis op een nieuw gebied (bijv. delen of breuken), bij andere zijn de problemen meer structureel en ondervinden ze moeilijkheden op meerdere gebieden binnen het reken-wiskundeonderwijs. Uit onderzoek blijkt dat de rekenproblemen vaak al heel vroeg ontstaan (Mercer & Miller, 1992; Schopman & Van Luit, 1996). Al voordat het formele reken-wiskundeonderwijs begint, zijn basale cognitieve capaciteiten nodig, zoals het vermogen verbanden te leggen en te onthouden, het begrijpen van onderlinge relaties, en generaliseren. De leerproblemen kunnen zo al ontstaan bij het voorbereidend rekenen en het ontwikkelen van getalbegrip, wat het leren vanaf groep 3 beïnvloedt (Van Luit & Schopman, 2000). Als het formele onderwijs begint, wordt een beroep gedaan op meer complexe cognitieve capaciteiten.

In groep 3 beginnen de leerlingen met het formele reken-wiskundeonderwijs, waarbij zij starten met het leren van de basisvaardigheden (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen). Het is belangrijk dat leerlingen de basisstof goed en liefst flexibel beheersen, voordat ze verder gaan met meer complexe taken (Mercer & Miller, 1992). Omdat de leerlingen met rekenproblemen vaak veel meer moeite hebben met het automatiseren van de eenvoudige basisvaardigheden dan hun klasgenoten, moeten zij nog veel tijd besteden aan de berekening van opgaven waarvan andere leerlingen het antwoord al direct weten, en maken zij hierin vaker fouten (Pellegriano & Goldman, 1987; Rivera, 1997). De problemen in het automatiseren worden vaak toegeschreven aan een slecht functionerend werkgeheugen (Bull & Johnston, 1997), wat leidt tot een slechte representatie in het langetermijngeheugen, en waardoor de benodig-

de kennis minder gemakkelijk opgeroepen kan worden uit het geheugen (Geary, Brown & Samaranayake, 1991).

Een goede beheersing van de basisvaardigheden is nodig voor het adequaat kunnen oplossen van rekentaken. Leerlingen met rekenproblemen zijn in het algemeen slechte probleemoplossers. Ze vertonen tekorten in zowel cognitieve als metacognitieve kennis en vaardigheden (Geary et al., 1991; Montague, 1992). Zij hebben vaak moeite met het adequaat verwerken van informatie, ze kunnen kennis en vaardigheden vaak niet goed toepassen, en zij hebben vooral problemen met het efficiënt organiseren van de verschillende mogelijke oplossingen (Case, Harris & Graham, 1992). Het valt op dat leerlingen met rekenproblemen een ander strategiegebruik vertonen bij het oplossen van (context)problemen dan hun klasgenoten (Lemaire & Siegler, 1995; Rivera, 1997). Zij beschikken vaak over een kleiner repertoire, ze gebruiken minder efficiënte strategieën en maken vaak meer fouten bij het uitvoeren van de geselecteerde strategieën. De leerlingen met rekenproblemen leren minder snel dan hun klasgenoten (Cawley & Miller, 1989). De problemen blijven vaak aanwezig of verergeren zelfs als de leerlingen naar het voortgezet onderwijs gaan. Ook in de praktijk van alledag worden ze hiermee geconfronteerd.

1.2 Instructie aan kinderen met rekenproblemen

In het onderwijs moet rekening gehouden worden met de hiervoor genoemde tekorten in kennis en vaardigheden van leerlingen met rekenproblemen. Allereerst is het van belang om de automatisering te stimuleren door veelvuldig oefenen. Dit leidt echter niet tot een verbetering in strategiegebruik (Bull & Johnston, 1997). Volgens Goldman (1989) moet de nadruk daarom liggen op de procedures om problemen adequaat op te lossen. Het gebruik en de toepassing van strategieën moeten expliciet aangeleerd worden. Het is daarbij van belang dat de zwakke leerlingen de mogelijkheid krijgen in hun eigen tempo te leren. De nadruk moet hierbij liggen op de koppeling van eerder opgedane kennis en vaardigheden aan de nieuwe typen rekentaken, omdat leerlingen met rekenproblemen in

het algemeen deze koppeling niet uit zichzelf maken (Mercer & Miller, 1992).

Voor het leren vermenigvuldigen betekent dit dat het belangrijk is om de leerlingen allereerst de benodigde strategieën aan te leren. Hierbij kan een onderscheid gemaakt worden tussen elementaire strategieën, gebaseerd op tellen en herhaald optellen, en meer gevorderde strategieën, zoals bijvoorbeeld splitsen-bij-10-of-verdubbelen. De leerlingen zullen tevens inzicht moeten krijgen in het gebruik van strategieën; zij zullen moeten leren wanneer ze welke strategie kunnen of moeten gebruiken. Als de leerlingen in staat zijn om bepaalde opgaven middels handige strategieën op te lossen, wordt gestreefd naar verkorting en automatisering van de betreffende tafels door veelvuldig oefenen.

Veel onderzoekers geven aan dat kinderen met rekenproblemen gestructureerde, directe instructie nodig hebben (Jitendra & Hoff, 1996), vooral in het begin van hun schoolloopbaan en bij het leren van taakspecifieke strategieën (Goldman, 1989), maar de instructie moet tegelijkertijd wel gericht zijn op het begrip van het geleerde. Tegenover directe instructie staat instructie waarbij uitgegaan wordt van de eigen inbreng van leerlingen. Dit is een belangrijk aspect van het realistisch reken-wiskundeonderwijs. In de lessen staan het leerproces van de leerling en diens eigen manier van probleemoplossen centraal en niet de oplossingsstrategieën van de leerkracht (Nelissen, 1999). Dit kan leiden tot een meer flexibele manier van oplossen van de leerlingen, in die zin dat ze leren om op basis van hun eigen voorkeuren verschillende strategieën toe te passen.

1.3 Onderzoeksvragen

Dit onderzoek richt zich op het leren vermenigvuldigen en met name het leren van strategieën om vermenigvuldigtaken adequaat te kunnen oplossen. Hierbij worden de effecten van twee instructiewijzen onderzocht: directe leerkrachtgestuurde instructie versus instructie die uitgaat van de eigen inbreng van leerlingen. De resultaten van deze beide groepen worden afgezet tegen de resultaten van een controlegroep, om de verschillen van de interventie ten opzichte van de reguliere instructie na te gaan. Om de veranderingen in

strategiegebruik in kaart te brengen, is hierbij het 'model of strategic change' (Lemaire & Siegler, 1995; zie ook Verschaffel & Ruijsse-naars in dit themanummer) als uitgangspunt genomen. Dit model onderscheidt vier parameters die bepalend zijn voor veranderingen die optreden bij het leren van strategieën: *repertoire* (welke strategieën worden gebruikt), *distributie* (wanneer worden de verschillende strategieën gebruikt), *effectiviteit* (hoe snel en hoe correct worden de strategieën uitgevoerd), en *selectie* (hoe worden strategieën gekozen). In deze studie wordt alleen ingegaan op de eerste drie parameters van dit model. Per parameter wordt nagegaan hoe het strategiegebruik verandert in de drie condities, of hierin verschillen optreden tussen beide instructievormen en hoe deze zich verhouden tot de reguliere instructie.

Op basis van de literatuur en eerder onderzoek (Kroesbergen & Van Luit, 2002) wordt verwacht dat beide experimentele condities betere resultaten zullen halen dan de controleconditie, met name op de parameters *repertoire* en *distributie*. In de experimentele programma's wordt namelijk expliciet aandacht besteed aan het strategiegebruik. In de controlegroep (reguliere instructie) is meer aandacht besteed aan automatisering. Omdat de training in de experimentele condities slechts tweemaal per week plaatsvindt en de instructie in de controlegroep verdeeld is over vijf dagen per week, zijn meer momenten voor het inoefenen van de tafels mogelijk (ook al is de totale instructietijd hetzelfde). Bovendien wordt de experimentele instructie in kleinere groepen gegeven dan de reguliere instructie, wat een gunstig effect zal hebben op de resultaten van de experimentele condities.

Op grond van wat in de literatuur vermeld wordt, kan geen eensluidend antwoord worden gegeven op de vraag welk van beide *experimentele* instructiemethoden het meest effectief zal zijn. Enerzijds lijkt directe instructie effectief, omdat leerlingen met rekenproblemen vaak niet goed in staat lijken te zijn om zelf strategieën te ontdekken. Anderzijds lijkt een instructie met veel ruimte voor eigen inbreng ertoe te leiden dat de leerlingen het nut van verschillende strategieën beter zullen begrijpen en ze deze daardoor beter kunnen toepassen. De directe-instruc-

tieconditie zal waarschijnlijk leiden tot een vaste aanpak van opgaven, waardoor deze groep misschien een beperkter repertoire laat zien, maar waarschijnlijk met een hoge effectiviteit. In de eigen-inbrengconditie zullen waarschijnlijk meer verschillende strategieën gebruikt worden, maar het is de vraag of dit ook tot een relatief hogere effectiviteit leidt.

2 Methode

2.1 Procedure en design

In deze interventiestudie zijn de effecten van twee verschillende instructiewijzen onderzocht. Er is gebruik gemaakt van een quasi-experimenteel design met twee experimentele condities en een controleconditie. Voor en na de trainingsperiode zijn toetsen afgenomen om het effect te meten.

Gedurende de trainingsperiode hebben de kinderen in de experimentele condities, in groepjes van vier of vijf leerlingen, twee keer per week instructie gehad in vermenigvuldigen. De training is gegeven door proefleiders die langdurig getraind en begeleid zijn door de onderzoeker. De training duurde vier tot vijf maanden, waarin 30 lessen van 30 tot 45 minuten elk zijn gegeven. De lessen zijn gegeven tijdens de lesuren dat er in de groep ook rekenen is gegeven, zodat de totale rekeninstructietijd van de experimentele leerlingen vergelijkbaar is met die van de controleleerlingen. De groepsleerkrachten hebben het vermenigvuldigen aan de rest van de groep aangeboden op de momenten dat de experimentele leerlingen buiten de klas waren voor de training.

De leerlingen in de controleconditie hebben het reguliere curriculum gevolgd, inclusief de instructie op het gebied van vermenigvuldigen die in dit curriculum is opgenomen. Middels een interview en vragenlijsten is informatie bij de leerkrachten verzameld over de hoeveelheid en de inhoud van de instructie die de leerlingen hebben ontvangen. De meeste leerkrachten gaven aan dat zij in de loop van het onderzoek gemiddeld twee lesuren of meer aan vermenigvuldigen hebben besteed. De meeste scholen maakten gebruik van een realistische rekenwiskundemethode, maar de leerkrachten

gaven aan dat zij voor de zwakkere leerlingen het curriculum vaak aanpassen door meer directe-instructieprincipes toe te passen. De instructievorm in de controlegroep lag hierdoor vaak ergens tussen de directe instructie en de eigen inbreng. De controlegroep is dus niet een groep zonder interventie. Integendeel, de leerlingen in de controlegroep kregen instructie op de manier waarvan de leerkracht dacht dat het de beste instructie voor de betreffende leerlingen zou zijn. De experimentele instructie moet dus zijn effectiviteit bewijzen tegenover de reguliere instructie, die zo goed mogelijk is afgestemd op de behoeften van de leerlingen. Naast de nadruk op het strategiegebruik, zullen ook het gebruik van een specifiek curriculum en de consequentie van instructie in de experimentele condities bijdragen aan een hogere effectiviteit.

2.2 Onderzoeksgroep

In dit onderzoek hebben zowel reguliere als speciale scholen voor basisonderwijs geparticipeerd. De leerlingen zijn geselecteerd op basis van hun rekenprestaties. Op de scholen waar een leerlingvolgsysteem werd gebruikt, werden de kinderen geselecteerd die in de groep vielen van de 25% laagst scorende leerlingen. Als deze gegevens vooraf niet bekend waren, werden de leerlingen geselecteerd die volgens de leerkracht zwak presteerden (ten opzichte van de nationale norm) op het gebied van rekenen. Vervolgens is er bij deze leerlingen een tweetal selectietoetsen afgenomen om een beter beeld te krijgen van hun beheersing van de voorwaarden voor het vermenigvuldigen en van het vermenigvuldigniveau zelf. Een eerste voorwaarde voor deelname was dat de leerlingen het optellen en aftrekken tot 100 voldoende beheersten, dat wil zeggen meer dan 60% goed op de betreffende toets (selectietoets 1). Ten tweede is hun kennis van het vermenigvuldigen tot 10×10 getoetst (selectietoets 2), waarbij alleen die leerlingen zijn geselecteerd die een score van 50% goed of lager hadden. Deze selectiecriteria bleken in eerder onderzoek te voldoen (Kroesbergen & Van Luit, 2002). Binnen elke school zijn de leerlingen 'random' toegewezen aan de experimentele- of de controleconditie. Om praktische redenen is per school maar één van beide experimen-

tele condities uitgevoerd. Deze selectie heeft geleid tot een onderzoeksgroep van 265 leerlingen uit 24 verschillende scholen. In Tabel 1 staat een overzicht van de verschillende groepen.

Multivariate variantieanalyses laten zien dat er geen verschil is tussen de groepen in leeftijd of IQ (zoals gemeten met het Cognitive Assessment System (Van Luit, Kroesbergen, Van der Ben & Leuven, 1998; zie ook Kroesbergen, Van Luit, Van der Ben, Leuven & Vermeer, 2000)). Wel is een verschil geconstateerd tussen de drie condities in de ervaring op het gebied van vermenigvuldigen die de leerlingen hebben op het moment van de voormeting, $F(2,262) = 5.278, p = .006$. De leerlingen in de directe-instructieconditie (DI) hadden op dat moment gemiddeld bijna drie maanden minder onderwijs in vermenigvuldigen ontvangen dan de leerlingen van de eigen-inbrengconditie (EI) en de controleconditie (C). Het rekenniveau verschilde echter niet significant, ook al was er wel een trend zichtbaar dat de DI-groep lager scoorde dan de EI-groep op de verschillende reken-toetsen.

2.3 Toetsen

Om het strategiegebruik en de veranderingen daarin in kaart te brengen, zijn twee toetsen afgenomen. Beide toetsen zijn, in dezelfde vorm, voor en na de interventie afgenomen. De eerste toets is een schriftelijke toets, waarbij middels kladpapier informatie over de gebruikte strategieën is verzameld. De toets bestaat uit 20 vermenigvuldigopgaven uit de PPON (Periodieke Peiling van het OnderwijsNiveau; Kraemer e.a., 2000). De meeste opgaven zijn contextproblemen,

slechts vier opgaven zijn “kale” sommen. De moeilijkheid van de opgaven varieert van relatief eenvoudige opgaven als 3x3 en 5x5 tot moeilijke opgaven als 8x12 en 5x1.25. Aan de leerlingen is gevraagd om niet alleen het antwoord, maar ook de gebruikte strategie op te schrijven.

De tweede toets is een mondeling afgenomen interview met 10 kale rekenopgaven uit de vermenigvuldigtafels tot en met 12, waarvan de antwoorden onder de 100 liggen (bijvoorbeeld 4x6 en 6x12). De mondelinge toets is dus iets minder moeilijk dan de schriftelijke toets. De leerlingen kregen hierbij de opgaven op papier, waarbij de proefleider de vragen voorlas. De proefleider benadrukte dat het belangrijk was om “hardop te denken”, zodat hij/zij zicht kreeg op de gebruikte strategie. De proefleider vroeg door, totdat duidelijk was welke strategie de leerling had gebruikt. Voor elke opgave werd zowel het antwoord als de gehanteerde strategie genoteerd.

2.4 Interventieprogramma

Het interventieprogramma waarvan in dit onderzoek gebruik is gemaakt, betreft een aangepaste versie van het speciaal rekenhulpprogramma Vermenigvuldigen en Verdelen (Van Luit, Kaskens & Van der Krol, 1993). Voor de uitvoering van beide condities zijn twee verschillende versies gemaakt, één voor de eigen-inbreng- (EI) en één voor de directe-instructie (DI)-conditie. Het experimentele programma bestaat uit drie lessenseries: 1) acht lessen voorbereiding op de tafels; 2) 11 lessen waarin de tafels tot en met 10 behandeld worden; en 3) zes lessen kennismaking met opgaven boven 10x10. In de tweede

Tabel 1
Beschrijving van de groepen

Conditie ¹	N	Sekse		M IQ (SD)	Onderwijs		M leeftijd in jaren (SD)	M ervaring ² (SD)
		m	v		regulier	speciaal		
EI	88	55	33	87.3 (12.1)	42	46	9.8 (1.4)	11.0 (6.8)
DI	87	45	42	88.4 (11.7)	44	43	9.4 (1.3)	8.2 (6.7)
C	90	53	37	88.7 (12.3)	43	47	9.7 (1.3)	10.8 (6.0)
Totaal	265	153	112	88.1 (12.0)	133	132	9.7 (1.4)	10.0 (6.6)

¹EI: Eigen Inbreng, DI: Directe Instructie, C: Controle

²Ervaring: aantal maanden instructie op het gebied van vermenigvuldigen op het moment van de voormeting

lessenserie staat naast het strategiegebruik ook de automatisering van de tafels centraal, door veel aandacht te besteden aan oefening en herhaling. Hierna volgt een korte beschrijving van de twee experimentele condities.

Eigen inbreng. Het belangrijkste kenmerk van de EI-conditie is dat de leerlingen, onder begeleiding van de proefleider, zelf moeten ontdekken wat vermenigvuldigen is en op welke manieren zij opgaven kunnen oplossen. In de lessen wordt gestart met een terugblik op de vorige les. Wat de leerlingen in deze fase inbrengen, wordt gebruikt als uitgangspunt bij het vervolg van de les. Als blijkt dat leerlingen een bepaald onderwerp nog niet goed beheersen, zal de proefleider daarop doorgaan en anders vervolgen met een nieuw onderwerp, bijvoorbeeld een nieuwe strategie of een andere tafel. Door middel van vragen kan de proefleider het leerproces van de leerlingen sturen, zonder strategieën voor te doen of uit te leggen. Van de leerlingen wordt verwacht dat zij actief zoeken naar mogelijke oplossingen, door ofwel strategieën toe te passen, die zij al eerder geleerd hebben, ofwel door nieuwe strategieën te ontdekken. De nadruk ligt op de bespreking van de verschillende strategieën. De leerlingen leren zo omgaan met verschillende strategieën en verwerven kennis over een adequaat strategiegebruik. In de lessen wordt de interactie tussen leerlingen gestimuleerd. Enkele hulpmiddelen, zoals de getallenlijn en het tegelmodel, worden wel aangeboden, maar de leerlingen kiezen er zelf voor of zij deze gebruiken. In de lessen ligt de nadruk op het gezamenlijk oplossen en bediscussiëren van opgaven, maar er wordt ook tijd besteed aan individuele verwerking en automatisering van de tafels. Door deze manier van instructie is het mogelijk dat niet alle denkbare vermenigvuldigstrategieën in de lessen aan bod zouden komen. Uit observaties van de lessen blijkt echter dat in de meeste groepjes alle strategieën aan bod zijn gekomen die in de DI-conditie expliciet zijn aangeleerd.

Directe instructie. Het belangrijkste kenmerk van de DI-conditie is dat de proefleider vertelt en laat zien hoe opgaven opgelost moeten worden, welke strategieën daarbij nodig zijn

en hoe die strategieën toegepast en uitgevoerd moeten worden. Hierbij wordt gebruik gemaakt van “hulpbladen”, die de leerlingen in staat stellen om zelf per opgave een adequate strategie te kiezen, volgens de geleerde procedure. Ook in de lessen binnen de DI-conditie wordt gestart met een terugblik, waarbij de proefleider nog eens herhaalt wat er de vorige keer aan de orde is geweest, om vervolgens een volgend onderwerp (een nieuwe tafel of een nieuwe strategie) te introduceren. De proefleider laat zien hoe de rekentaken die in deze les aan de orde komen goed opgelost kunnen worden, waarna de leerlingen hiermee op dezelfde manier kunnen gaan oefenen. De leerlingen hoeven niet zelf te achterhalen hoe opgaven opgelost kunnen worden. Ook in de lessen binnen de DI-conditie is zowel ruimte voor gezamenlijke, als voor individuele verwerking en worden de opgaven achteraf besproken. Op deze manier kunnen de leerlingen zich de gepresenteerde strategieën eigen maken. Met behulp van het hulpblad kiest de leerling per opgave de meest efficiënte strategie voor zijn kennisniveau (eerst uit het hoofd proberen, vervolgens nagaan of je de opgave kunt oplossen met behulp van respectievelijk splitsen-bij-vijf-of-10, buurtsom of verdubbelen, en anders via tafel-opzeggen of verhaald-op-tellen). De leerlingen volgen dus het voorbeeld van de proefleider in het uitvoeren van een strategie en bedenken dus niet zelf strategieën. De leerling zal alleen die strategieën leren, die de proefleider (via het hulpblad) aanbiedt.

Het grootste verschil tussen de condities ligt dus in de manier waarop leerlingen nieuwe strategieën leren en hoe ze deze vervolgens toepassen. In de EI-conditie moeten leerlingen zelf strategieën ontdekken, terwijl in de DI-conditie de leerkracht de strategieën eerst voordoet. Bij het toepassen hebben de EI-leerlingen meer vrijheid, omdat ze zelf per taak een strategie kunnen kiezen, terwijl de DI-leerlingen het stappenplan van het hulpblad moeten volgen.

2.5 Strategieën

Het strategiegebruik van de kinderen is in kaart gebracht door de beschreven (schriftelijke toets) of de benoemde (interview) op-

lossingsprocedures te categoriseren in een tiental strategieclusters:

- 1 geautomatiseerd: de antwoorden werden direct gegeven, en/of de leerling gaf aan dat hij/zij deze uit het hoofd kende;
- 2 omdraaien ($5 \times 6 = 6 \times 5$);
- 3 splitsen-bij-vijf-of-10 met optellen ($8 \times 7 = 5 \times 7 + 3 \times 7$; $13 \times 5 = 10 \times 5 + 3 \times 5$);
- 4 splitsen-bij-10-met aftrekken ($9 \times 7 = 10 \times 7 - 1 \times 7$);
- 5 verdubbelen ($6 \times 4 = 3 \times 4 + 3 \times 4$);
- 6 buurtsom ($8 \times 9 = 9 \times 9 - 1 \times 9$);
- 7 opzeggen of schrijven van de tafel;
- 8 herhaald-optellen;
- 9 tellen (met behulp van een tekening of concreet materiaal);
- 10 strategieën waarbij gebruik wordt gemaakt van delen.

Alle mogelijke combinaties van deze strategieën zijn apart gecodeerd. Als het niet duidelijk was welke strategie de leerling had gebruikt, is deze gecodeerd als *onbekend*. De interbeoordelaarsovereenstemming was 98%.

Vervolgens is voor elke leerling het aantal verschillende strategieën vastgesteld dat de leerling heeft gebruikt. Als de leerling bij dezelfde opgave een combinatie van twee (of meer) strategieën gebruikte, zijn beide strategieën meegeteld. De maximumscore hierbij is 10.

Naast het strategierepertoire, is ook de efficiëntie van de geselecteerde strategieën in kaart gebracht. Om de mate van efficiëntie te meten, zijn de verschillende strategieën ingedeeld in vijf categorieën. Deze categorieën zijn gebaseerd op het aantal stappen dat een leerling moet nemen om tot een antwoord te komen. Het kost bijvoorbeeld meer stappen - en dus meer tijd - als een leerling 6×7 uitrekt middels $2 \times 7 + 2 \times 7 + 2 \times 7$ dan wanneer hij $3 \times 7 + 3 \times 7$ doet. De laatstgenoemde strategie

wordt dan als meer efficiënt beoordeeld.

- 1 uit-het-hoofd (geautomatiseerde opgaven);
- 2 efficiënt: oplossing met één tussenstap (bijv. omdraaien *of* splitsen);
- 3 semi-efficiënt: oplossing met twee tussenstappen (bijv. omdraaien *en* verdubbelen);
- 4 weinig efficiënt: oplossing met meer dan twee tussenstappen (bijv. $7 \times 6 = 6 \times 7 - 2 \times 7 = 14$; $14 + 14 = 28$; $28 + 14 = 42$);
- 5 niet efficiënt: strategieën gebaseerd op herhaald-optellen of tellen.

Per leerling is vervolgens de gemiddelde efficiëntiescore uitgerekend.

3 Resultaten

De effecten van beide experimentele condities worden gepresenteerd volgens de genoemde parameters van het 'model of strategic change' van Siegler (1996). Per parameter wordt nagegaan hoe het strategiegebruik is veranderd tussen voor- en nameting, en of een differentieel effect gevonden kan worden van de verschillende condities. Bovendien zijn de verschillen tussen de leerlingen van beide typen onderwijs (speciaal en regulier) nagegaan.

3.1 Strategierepertoire

Allereerst is nagegaan welke strategieën de leerlingen bij de voor- en nameting hebben gebruikt. Tabel 2 geeft een overzicht van het gemiddeld aantal verschillende strategieën dat een leerling op één toets heeft gebruikt. Beide experimentele condities vertonen op de schriftelijke toets een vooruitgang tijdens de interventieperiode, terwijl in de controleconditie geen significant verschil is gevonden tussen voor- en nameting (EI: $t(87) = 3.051$, $p = .003$; DI: $t(86) = 5.064$, $p = .000$; C: $t(89)$

Tabel 2

Gemiddelden (standaarddeviaties) van het aantal verschillende strategieën

Conditie	Schriftelijke toets				Interview			
	pretest		posttest		pretest		posttest	
EI	2.90	(1.55)	3.47	(1.45)	4.03	(2.00)	4.00	(1.76)
DI	2.84	(1.35)	3.60	(1.27)	3.00	(1.98)	3.17	(1.94)
C	3.03	(1.39)	3.34	(1.26)	3.94	(1.85)	3.97	(1.69)

Tabel 3

Percentage leerlingen dat een bepaalde strategie heeft gebruikt

Strategie	EI		DI		C	
	pretest	posttest	pretest	posttest	pretest	posttest
Uit het hoofd	84.1	95.5	73.6	94.3	84.4	96.7
Omdraaien	56.8	55.7	57.5	58.6	56.7	56.7
Splitsen +	76.1	87.5	60.9	87.4	80.0	84.4
Splitsen -	50.0	56.8	32.2	40.2	40.0	37.8
Verdubbelen	44.3	42.0	40.2	36.8	58.9	52.2
Buurtsom	52.3	55.7	35.6	41.4	52.2	55.6
Tafel	38.6	45.5	48.3	44.8	45.6	42.2
Herh. optellen	96.6	88.6	96.6	90.8	96.7	97.8
Tekening	15.9	6.8	13.8	9.2	13.3	8.9
Delen	0.0	10.2	0.0	0.0	0.0	0.0

= 1.907, $p = .060$). Geen van de groepen vertoont vooruitgang in het aantal strategieën bij het interview. Er zijn geen significante verschillen gevonden in vooruitgang tussen de twee experimentele condities (schriftelijke toets: $t(173) = 0.797$, $p = .427$; interview: $t(173) = 0.787$, $p = .432$). De leerlingen in het speciaal onderwijs gebruiken gemiddeld 0.5 strategieën meer dan de leerlingen uit het regulier onderwijs, maar in geen van de condities is er verschil in vooruitgang tussen beide groepen.

Het strategierepertoire omvat niet alleen het aantal strategieën dat een leerling kan gebruiken, maar ook welke strategieën worden gebruikt. Het overzicht in Tabel 3 laat per strategie zien hoeveel kinderen uit elke conditie deze strategie minstens één keer hebben gebruikt in de schriftelijke toets of in het interview. Het valt op dat in alle condities de strategieën uit-het-hoofd, splitsen-met-optellen en herhaald-optellen het meest worden gebruikt. Op de voormeting is geen verschil

gevonden in de verdeling tussen de drie condities $\chi^2(16) = 12.990$, $p > .05$, maar op de nameting wel ($\chi^2(16) = 26.442$, $p < .05$). Nader analyses vertonen alleen een verschil bij de strategieën splitsen-met-afrekken ($\chi^2(2) = 7.665$, $p = .022$) en delen ($\chi^2(2) = 12.776$, $p = .002$). In de EI-conditie gebruiken meer leerlingen deze beide strategieën dan in beide andere condities. Het betreft hier strategieën die niet in de DI-conditie zijn aangeboden.

3.2 Distributie van strategieën

Een tweede parameter waarop verandering in strategiegebruik kan optreden, is de distributie van strategieën, oftewel de *relatieve frequentie*. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de in paragraaf 2.5 genoemde categorisering naar de mate van efficiëntie. Er is een onderscheid gemaakt tussen geautomatiseerde vermenigvuldigingen (als de leerling het antwoord direct uit het hoofd weet) en strategieën waarbij de antwoorden waarneembaar berekend worden. Deze laatste categorie

Tabel 4

Distributie (in %) van strategieën bij de schriftelijke toets

Cat. ¹	EI		DI		C	
	pretest	posttest	pretest	posttest	pretest	posttest
0	30.1	21.1*	39.0	23.2*	35.3	24.9*
1	11.6	17.6*	8.5	15.9*	7.3	13.2*
2	9.4	18.4*	7.8	19.5*	9.1	13.2*
3	1.0	1.3	1.2	1.7	1.2	1.0
4	3.5	2.1	3.4	3.6	4.8	3.4
5	22.1	22.2	21.3	20.0	23.5	21.5
9	22.4	16.1*	19.0	16.3	17.7	21.5

¹0: geen antwoord, 1: geautomatiseerd, 2: efficiënt, 3: semi- efficiënt, 4: weinig efficiënt, 5: niet efficiënt, 9: onbekend

* significant verschil ($p < .05$) tussen voor- en nameting

Tabel 5

Distributie (in %) van strategieën bij het interview

Cat. ¹	EI		DI		C	
	pretest	posttest	pretest	posttest	pretest	posttest
0	24.9	11.1*	32.2	16.1*	22.8	9.8*
1	19.1	31.1*	10.3	22.8*	15.2	25.1*
2	23.3	26.1	17.4	25.5*	28.2	27.6
3	7.7	6.1	6.2	6.2	7.9	9.0
4	2.8	2.7	2.8	1.6	3.6	3.8
5	19.7	17.6	14.5	11.4	16.4	17.7
9	1.3	0.6	1.7	1.4	0.3	0.4

¹0: geen antwoord, 1: geautomatiseerd, 2: efficiënt, 3: semi- efficiënt, 4: weinig efficiënt, 5: niet efficiënt, 9: onbekend

* significant verschil ($p < .05$) tussen voor- en nameting

wordt onderverdeeld naar het aantal tussenstappen dat een leerling gebruikt, dus onafhankelijk van de gebruikte vermenigvuldigstrategie (zoals omdraaien of verdubbelen). De distributie naar deze categorieën is weer gegeven in Tabel 4 en 5.

De schriftelijke toets vertoont een vergelijkbaar profiel voor de drie verschillende condities. Op de voormeting worden met name niet-efficiënte strategieën gebruikt en wordt ongeveer een derde van de vragen niet beantwoord. Op de nameting wordt naast de niet-efficiënte strategieën ook veel gebruik gemaakt van efficiënte strategieën en zijn meer opgaven geautomatiseerd. Op de nameting wordt ongeveer een vierde van de opgaven niet gemaakt. Uit variantieanalyses blijkt dat er geen verschil is tussen de twee experimentele condities. Wel wordt op de nameting door beide experimentele groepen vaker een efficiënte strategie (met slechts één tussenstap) gebruikt dan in de controlegroep, $F(2,262) = 5.131, p = .007$. De andere strategieën worden in de drie condities even vaak toegepast. Alle condities vertonen een vooruitgang in gemiddelde efficiëntiescore (gemiddeld van 3.7 naar 3.0, $t(263) = 6.875, p = .000$), maar er is geen verschil in vooruitgang tussen de drie condities, $F(2,262) = 2.010, p = .136$.

Het interview vertoont een vergelijkbaar beeld als de schriftelijke toets, maar met dit verschil dat er minder antwoorden in de categorie *onbekend* zijn gescoord, omdat de proefleider door kon vragen als de strategie van het kind niet duidelijk was. Op de voormeting vallen de meeste opgaven in de cate-

gorie *geen antwoord* of *efficiënt* (met één tussenstap), op de nameting in de categorieën *efficiënt* en *geautomatiseerd*. In alle drie de condities worden op de nameting meer opgaven gemaakt en worden meer opgaven uit het hoofd gemaakt. Alleen de categorie *efficiënt* laat een verschil zien tussen de drie condities ($F(2,262) = 4.391, p = .013$), omdat de DI-conditie meer vooruitgaat dan de C-conditie. Er is geen verschil tussen beide experimentele condities. De gemiddelde efficiëntiescore vertoont een vooruitgang voor beide experimentele condities (DI: $t(86) = 4.711, p = .000$; EI: $t(87) = 3.057, p = .003$), maar niet voor de controleconditie. De controlegroep gaat minder vooruit dan beide experimentele groepen, $F(2,262) = 3.087, p = .048$. Op beide toetsen is geen verschil in efficiëntiescore gevonden tussen de leerlingen uit het regulier en uit het speciaal basisonderwijs.

3.3 Effectiviteit van strategiegebruik

Naast de efficiëntie van de strategieën (gebaseerd op het aantal stappen om tot een oplossing te komen), is natuurlijk ook de effectiviteit van de gekozen strategieën van belang. Een laatste vraag betreft daarom de mate waarin de door de kinderen gekozen strategieën correct uitgevoerd zijn. Tabel 6 geeft een overzicht van het percentage juist gemaakte opgaven per categorie (behalve *niet gemaakt* en *onbekend*) en voor alle categorieën samen. Alle condities vertonen op beide toetsen een significante vooruitgang in het aantal correct opgeloste opgaven ($p = .000$). De DI-conditie gaat echter op de schriftelijke

toets meer vooruit dan beide andere condities, $F(2, 261) = 7.826, p = .001$. Dit verschil is alleen in het speciaal basisonderwijs gevonden, maar niet in het regulier onderwijs, waar geen verschil is in mate van vooruitgang tussen beide experimentele condities. De drie condities verschillen niet van elkaar in mate van vooruitgang op het interview, $F(2, 261) = 1.548, p = .215$. Er is een verschil in aantal goede antwoorden op de schriftelijke toets tussen de leerlingen uit het regulier en de leerlingen uit het speciaal onderwijs (voormeting: $t(262) = 4.361, p = .000$; naming: $t(262) = 2.582, p = .010$); de leerlingen uit het speciaal onderwijs hebben gemiddeld een tot twee opgaven meer goed, in alle condities. De vooruitgang van deze groep is echter kleiner dan van de groep uit reguliere scholen, $t(262) = 2.052, p = .041$. Dit verschil is niet gevonden in het interview.

Binnen de categorieën is ook vooruitgang te constateren. Alle condities vertonen een vooruitgang in het aantal goed gemaakte opgaven waarbij gebruik is gemaakt van herhaald optellen ($p < .05$). Bovendien vertonen beide experimentele groepen ook vooruitgang binnen de categorieën *geautomatiseerd*, *efficiënt* en *semi-efficiënt* ($p < .05$), terwijl de

controlegroep hierin niet vooruit gaat. De DII-conditie vertoont meer vooruitgang binnen de categorie *geautomatiseerd* (op schriftelijke toets), terwijl de EI-conditie meer vooruitgaat binnen de categorieën *efficiënt* (schriftelijke toets) en *semi-efficiënt* (interview). De algemene trend is dat in alle categorieën de strategieën in de nameting vaker correct worden uitgevoerd dan in de voormeting.

4 Conclusie en discussie

De centrale vraagstelling van het hier beschreven onderzoek is hoe het strategiegebruik van leerlingen met rekenproblemen verandert onder invloed van een specifieke interventie, en of deze leerlingen gebaat zijn bij een instructievorm waarbij veel ruimte is voor eigen inbreng, of dat zij toch een gestuurde, directe instructie nodig hebben. De veranderingen in het strategiegebruik zijn onderscheiden op drie parameters: welke strategieën worden gebruikt (*repertoire*), hoe vaak worden deze strategieën gebruikt (*distributie*), en hoe effectief worden deze strategieën uitgevoerd (*effectiviteit*). De resultaten laten zien dat alle in dit onderzoek betrokken

Tabel 6

Percentage correct opgeloste opgaven

Strategie per conditie	Schriftelijke toets		Interview	
	pretest	posttest	pretest	posttest
Directe Instructie				
Geautomatiseerd	76.4	91.6	86.0	95.1
Efficiënt	77.3	82.0	68.2	79.1
Semi-efficiënt	86.7	96.4	50.8	60.5
Weinig efficiënt	79.2	84.7	46.0	53.9
Niet efficiënt	62.1	85.5	56.2	64.8
Totaal	36.6	60.6	42.4	64.7
Eigen Inbreng				
Geautomatiseerd	81.2	86.6	78.5	87.4
Efficiënt	63.9	80.2	74.4	80.8
Semi-efficiënt	66.7	85.0	56.8	76.3
Weinig efficiënt	77.7	85.5	67.6	64.4
Niet efficiënt	63.8	79.9	70.0	71.9
Totaal	41.4	56.6	53.4	72.7
Conditie				
Geautomatiseerd	82.1	84.2	79.8	88.9
Efficiënt	70.1	89.7	65.5	74.0
Semi-efficiënt	81.9	90.0	44.0	51.6
Weinig efficiënt	78.0	85.5	71.0	67.0
Niet efficiënt	71.1	79.9	56.2	64.5
Totaal	42.2	54.8	50.7	65.8

groepen leerlingen een verandering vertonen in strategiegebruik: zij gaan meer en andere strategieën gebruiken, de relatieve frequentie van de verschillende strategieën verandert in die zin dat de leerlingen meer efficiëntere strategieën gaan gebruiken, en zij blijken na verloop van tijd relatief meer strategieën goed te kunnen toepassen.

Op alle onderzochte parameters van het model blijkt het strategiegebruik van de leerlingen met rekenproblemen dus te veranderen onder invloed van instructie. De beide experimentele groepen vertonen hierbij een grotere verandering dan de controlegroep, zowel op de parameter *strategie repertoire*, als op *strategiedistributie*. Beide experimentele groepen gaan meer strategieën gebruiken gedurende de training, terwijl het repertoire van de controlegroep niet verandert. Bovendien gebruiken de experimentele groepen na de training gemiddeld efficiëntere strategieën. De training lijkt dus tot positievere resultaten te leiden ten opzichte van de reguliere instructie. Hierbij dient opgemerkt te worden, dat de experimentele leerlingen weliswaar niet meer tijd aan vermenigvuldigen hebben besteed, maar dat de instructie wel in kleinere groepen is gegeven dan in de controlegroep en dat de nadruk hierbij vooral op het strategiegebruik heeft gelegen. De verschillen treden dan ook juist op bij het strategiegebruik.

Het valt op dat er slechts weinig verschillen tussen de twee experimentele condities zijn gevonden. Het *repertoire* van de EI-groep ziet er iets anders uit, omdat meer leerlingen uit deze groep de strategieën splitsen met aftrekken en delen gebruiken. Dit zijn strategieën die niet in de DI-conditie aan de orde zijn geweest. Zoals verwacht, worden deze door de DI-leerlingen dus minder gebruikt. Het is echter niet zo dat de leerlingen in de EI-groep gemiddeld meer verschillende strategieën gebruiken dan de DI-groep. Op de parameter *distributie* zijn geen verschillen tussen de beide condities gevonden. De DI-conditie vertoont echter wel een grotere vooruitgang in *effectiviteit* dan de EI-conditie, zij het alleen op de schriftelijke toets. Hierbij dient opgemerkt te worden dat het eindniveau van beide groepen gelijk is. Weliswaar beheersen de leerlingen het vermenig-

vuldigen na de training nog niet volledig, maar voor de tijdsduur van de training is dit een goed resultaat. Om dit domein volledig te beheersen, hebben leerlingen met rekenproblemen een langere intensieve training nodig.

Een combinatie van de resultaten op de verschillende parameters leidt tot een aantal nadere conclusies. In dit onderzoek is allereerst gekeken naar de verschillende strategieën die door de leerlingen werden gebruikt. Alle 10 onderscheiden strategieën zijn door de leerlingen gebruikt, hoewel sommige strategieën vaker voorkomen dan andere, zoals uit-het-hoofd, splitsen en tellen. Het blijkt echter dat leerlingen gemiddeld maar ongeveer drie tot vier verschillende strategieën gebruiken. Er zijn blijkbaar individuele verschillen in het strategiegebruik, waardoor de ene leerling een andere set van strategieën gebruikt dan de andere. Deze individuele verschillen zijn ook zichtbaar bij de DI-groep. Dit is opmerkelijk, omdat deze leerlingen in de training weinig ruimte kregen om hun eigen voorkeuren toe te passen. Blijkbaar hebben ze de verschillende strategieën min of meer adequaat leren toepassen en zijn ze op de toets toch in staat om - los van de ontvangen instructie - het strategiegebruik op hun eigen manier aan te passen aan de verschillende opgaven. Een kanttekening hierbij is dat elke leerling bij de start van het onderzoek al een zekere "bagage" had, door het eerder ontvangen onderwijs. Om de invloed van eerder onderwijs uit te sluiten, zou het nodig zijn om het totale reken-wiskundeonderwijs vanaf groep 3 in onderzoek te betrekken. Op basis van de hier gepresenteerde resultaten kan echter voorlopig geconcludeerd worden dat de manier van instructie niet tot verschillende resultaten leidt.

Wel is het interessant om te onderzoeken waarom leerlingen voor bepaalde strategieën kiezen. De vierde parameter van het 'model of strategic change' gaat in op de selectie van strategieën. Nader onderzoek zou erop gericht kunnen zijn om kenmerken van opgaven of van leerlingen te achterhalen die ervoor zorgen dat de ene keer bijvoorbeeld voor de strategie splitsen wordt gekozen, terwijl de andere keer verdubbelen wordt toegepast.

Het is opvallend dat, hoewel er verschillen zijn gevonden in strategiegebruik, dit niet

heeft geleid tot verschillen in effectiviteit tussen de condities. Een groter repertoire en het gebruik van meer efficiënte strategieën leidt dus niet per definitie tot een beter prestatie-niveau. Dit lijkt de stelling te onderbouwen dat prestatie niet per se afhangt van het repertoire of de distributie van strategieën. In dit onderzoek is echter niet de tijdsfactor meegenomen. Als kinderen meer efficiënte strategieën gebruiken, zijn ze wellicht in staat om binnen kortere tijd eenzelfde prestatie te leveren als de leerlingen die minder efficiënte strategieën gebruiken of tot hun beschikking hebben. Omdat de tijdsfactor in de beoordeling van prestaties een belangrijke rol speelt, zou dit in vervolgonderzoek meegenomen moeten worden.

Uit dit onderzoek blijkt niet dat een van beide experimentele instructiewijzen beter is dan de andere. Deze resultaten dienen echter met voorzichtigheid geïnterpreteerd te worden, omdat er bij aanvang van de training een verschil was in reeds ontvangen instructie tussen beide groepen, hoewel het niveau van vermenigvuldigen niet significant verschilde (gemiddeld had de DI-groep op beide toetsen ongeveer één opgave minder goed dan de EI-groep). De DI-groep had dus gemiddeld in acht maanden hetzelfde niveau bereikt als de EI-groep in 11 maanden, wat kan wijzen op een verschil in leersnelheid.

Een laatste opmerking betreft de manier van toetsing. In deze studie blijkt dat verschillende manieren van toetsing tot verschillende resultaten kunnen leiden. In onderzoek naar strategiegebruik moet dus goed nagedacht worden over het effect van de manier van toetsing op de resultaten. Een combinatie van verschillende manieren lijkt hierbij een goede manier.

Concluderend kan gesteld worden dat ook leerlingen met rekenproblemen goed in staat blijken om adequaat vermenigvuldigstrategieën te leren beheersen en toe te passen. In dit onderzoek hebben leerlingen uit reguliere en speciale scholen geparticipeerd. Bij beide groepen zijn dezelfde resultaten gevonden. Het blijkt - in tegenstelling tot wat in de literatuur wordt vermeld (bijv. Goldman, 1989; Jitendra & Hoff, 1996) - niet nodig om de kinderen strategieën heel gestructureerd aan te bieden via een directe instructie, want zij

leren deze ook als ze instructie krijgen waarbij de proefleider strategieën niet voordoet en ze deze zelf moeten ontdekken. Dit aspect van het realistisch reken-wiskundeonderwijs lijkt derhalve ook geschikt voor rekenzwakke leerlingen, mits er rekening wordt gehouden met het feit dat deze leerlingen gemiddeld langzamer leren dan hun leeftijdgenootjes (Cawley & Miller, 1989). Nader onderzoek zal uit moeten wijzen of de hier gevonden resultaten generaliseerbaar zijn naar andere domeinen binnen het reken-wiskunde-curriculum. Hierbij dient opgemerkt te worden dat de hier gepresenteerde conclusies zijn gebaseerd op gemiddelde resultaten, en individuele verschillen zodoende niet zichtbaar zijn. Leerlingen die niet in staat zijn voor zichzelf adequaat strategieën te bedenken, hebben een duidelijk gestructureerde instructie nodig. Het is daarom aan te bevelen om bij het reken-wiskundeonderwijs uit te gaan van een tweetrapsinstructiewijze; hierbij wordt de instructie in de eerste plaats aangeboden via eigen inbreng, maar als dit niet voldoende blijkt voor (één van) de leerlingen, kan vervolgens worden overgegaan op directe instructie.

Noten

- 1 Het hier gerapporteerde onderzoek is gefinancierd door de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk onderzoek (NWO), Gebied Maatschappij en Gedragwetenschappen, nr. 575-36-002.

Literatuur

- Bull, R., & Johnston, R.S. (1997). Children's arithmetical difficulties: Contributions from processing speed, item identification, and short-term memory. *Journal of Experimental Child Psychology*, 65, 1-24.
- Carnine, D. (1997). Instructional design in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 130-141.
- Case, L.P., Harris, K.R., & Graham, S. (1992). Improving the mathematical problem-solving skills of students with learning disabilities: Self-regulated strategy development. *Journal of Special Education*, 26, 1-19.

- Cawley, J.F., & Miller, J.H. (1989). Cross-sectional comparisons of the mathematical performance of learning disabled children: Are we on the right track toward comprehensive programming? *Journal of Learning Disabilities, 22*, 250-255.
- Geary, D.C. (1994). *Children's mathematical development. Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Geary, D.C., Brown, S.C., & Samaranyake, V.A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology, 27*, 787-797.
- Goldman, S.R. (1989). Strategy instruction in mathematics. *Learning Disabilities Quarterly, 12*, 43-55.
- Jitendra, A.K., & Hoff, K. (1996). The effects of schema-based instruction on the mathematical word-problem-solving performance of students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 29*, 422-431.
- Kraemer, J.M., Van der Schoot, F., & Engelen, R. (2000). *Periodieke peiling van het onderwijsniveau. Balans van het reken-wiskundeonderwijs op LOM- en MLK-scholen 2*. Arnhem: Cito.
- Kroesbergen, E.H., Luit, J.E.H. van, Ben, E. van der, Leuven, N., & Vermeer, A. (2000). Meten van intelligentie bij kinderen met ADHD. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek, Kinderpsychiatrie en Klinische Kinderpsychologie, 25*, 168-179.
- Kroesbergen, E.H., & Luit, J.E.H. van (2002). *Multiplication: Guided versus structured instruction*. Manuscript submitted for publication.
- Lemaire, P., & Siegler, R.S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General, 124*, 83-97.
- Luit, J.E.H. van, Kaskens, J., & Krol, R. van der (1993). *Speciaal rekenhulpprogramma vermenigvuldigen en verdelen*. Doetinchem: Graviant.
- Luit, J.E.H. van, Kroesbergen, E.H., Ben, E. van der, & Leuven, N. (1998). *Cognitive Assessment System, Nederlandse versie*. Utrecht: ISED, Universiteit Utrecht (interne publicatie).
- Luit, J.E.H. van, & Schopman, E.A.M. (2000). Improving early numeracy of young children with special educational needs. *Remedial and Special Education, 21*, 27-40.
- Mercer, C.D., & Miller, S.P. (1992). Teaching students with learning problems in math to acquire, understand, and apply basic math facts. *Remedial and Special Education, 13*(3), 19-35.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school-students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 25*, 230-248.
- Nelissen, J.M.C. (1999). Thinking skills in realistic mathematics. In J.H.M. Hamers, J.E.H. van Luit, & B.Csapó (Eds.), *Teaching and learning thinking skills* (pp. 189-213). Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Noteboom, A., Schoot, F. van der, Janssen, J., & Veldhuijzen, N. (2000). *Periodieke peiling van het onderwijsniveau. Balans van het reken-wiskundeonderwijs halverwege de basisschool 3*. Arnhem: Cito.
- Pellegrino, J.W., & Goldman, S.R. (1987). Information processing and elementary mathematics. *Journal of Learning Disabilities, 20*, 23-32.
- Rivera, D.P. (1997). Mathematics education and students with learning disabilities: Introduction to the special series. *Journal of Learning Disabilities, 30*, 2-19.
- Schopman, E.A.M., & Luit, J.E.H. van (1996). Learning and transfer of preparatory arithmetic strategies among young children with a developmental lag. *Journal of Cognitive Education, 5*, 117-131.
- Siegler, R.S. (1996). *Emerging minds*. New York: Oxford University Press.

Manuscript aanvaard: 31 januari 2002

Auteurs

E.H. Kroesbergen is onderzoeker-in-opleiding bij de Capaciteitsgroep Algemene en Orthopedagogiek van de Universiteit Utrecht.

J. van Luit is universitair hoofddocent/onderzoeker bij dezelfde capaciteitsgroep en instelling.

Correspondentieadres: E.H. Kroesbergen, Universiteit Utrecht, Capaciteitsgroep Algemene en Orthopedagogiek, Postbus 80140, 3508 TC Utrecht, 030-2532835, e-mail: E.H.Kroesbergen@fss.uu.nl

Abstract

Strategic change in learning multiplication: effects of an intervention study with children with math learning difficulties

This article describes the results of an intervention study on students with math difficulties in learning multiplication. For five months, 175 students attending elementary schools for regular and special education received instruction in multiplication, with an emphasis on the use of strategies. Part of the group received direct instruction, whereas the other part received instruction which left much possibilities for the students' own contributions. Besides, the results of 90 students who received the regular class instruction, were studied. The pre- and post test results show that the strategy use of the students in all conditions changed over time, and that both experimental groups improved more than the control group. Only a small difference was found between the two experimental conditions. The own contributions-condition used some of the strategies that were used less or not at all by the direct instruction condition, while the latter group showed greater improvement in performance.