

Strategiegebruik: ontwikkeling in inzicht, inzicht in ontwikkeling: een kritische terugblik op de bijdragen tot het themanummer

G. Seegers, H. Vermeer en M. Beishuizen

1 Sieglers uitgangspunten

Rode draad in de verschillende bijdragen wordt gevormd door de rol van strategieën en strategiekeuze bij het oplossen van rekenproblemen. Bij de beschrijving hiervan vormt het 'model of strategic change', zoals voorgesteld door Siegler (cf. Lemaire & Siegler, 1995) uitgangspunt. Dit model onderscheidt vier dimensies (parameters) die de ontwikkeling van de rekenvaardigheid beschrijven: *beschikbaarheid* (welke strategieën worden gebruikt?), *frequentie* (wanneer worden strategieën gebruikt?), *efficiëntie* (hoe worden strategieën gebruikt?) en *adaptiviteit* (hoe worden strategieën gekozen?).

Uitgangspunt in het werk van Siegler is dat ervaring tot kennis leidt. Bijvoorbeeld wat het aanvankelijk rekenen betreft: naarmate leerlingen frequenter zijn geconfronteerd met rekenproblemen, wordt in het geheugen een verzameling rekenfeiten aangelegd. Deze rekenfeiten omvatten niet alleen relaties tussen opgaven en antwoorden, maar ook kennis over gebruikte strategieën en complexiteit van opgaven.

Hoewel Siegler in zijn model meer dan alleen de relaties tussen opgave en oplossing tot deze kennis toelaat, is dit wel de kern van wat hij als de ontwikkeling van de rekenvaardigheid beschouwt: ervaring genereert een netwerk van rekenfeiten. Ervaring met rekenproblemen, ervaring met (juiste en onjuiste) antwoorden, inschatting van effectiviteit en snelheid van procedures, leidt tot verwerving van een verzameling rekenfeiten. Het mechanisme dat vervolgens bepalend is voor de keuze van strategiegebruik is associatiesterkte. Bij confrontatie met een rekenprobleem betekent dit dat informatie in het geheugen wordt geactiveerd. Een leerling zal in eerste instantie voor een 'retrieval'-strategie kiezen. Wanneer deze 'triggering' een bepaalde drempelwaarde overschrijdt, wordt een antwoord gegenereerd. De kern van de ontwik-

keling van rekenvaardigheid kan dan ook in termen van een verschuiving van het uitvoeren van rekenprocedures naar 'retrieval'-processen worden gegeven. 'Back-up'-procedures worden uitgevoerd wanneer 'retrieval' niet slaagt. Siegler werkt dit proces uit in het 'strategy choice model'. Deze procedures vormen niet meer dan een noodzakelijke tussenfase in de uitbouw van het netwerk. En hiermee hanteert Siegler een benadering van leren die in sterke mate teruggaat op de behavioristische traditie. Maar Siegler beperkt zich hier niet toe. Inzicht in deze ontwikkeling vereist verklaring van "[...] a host of more specific changes involving which strategies are used, how often they are used, how they are executed, and how they are chosen" (Lemaire & Siegler, 1995, p. 83). Hiermee wordt ruimte gegeven aan een beschrijving van zowel kwantitatieve als meer kwalitatieve eigenschappen van processen en procedures. Nu gebruikt Siegler deze parameters vooral om een beschrijving mogelijk te maken van veranderingen in snelheid en accuratesse (vooral kwantitatieve eigenschappen van procedures) waarmee rekenproblemen worden opgelost. Uitwerking van met name de vierde parameter, *adaptiviteit*, blijft beperkt. Niet toevallig spelen hierbij kwalitatieve elementen als *inzicht* en *bewustheid* een belangrijke rol.

2 Verdiensten en beperkingen van Sieglers werk

Het werk van Siegler heeft ontegenzeggelijk verdiensten. Zo heeft hij overtuigende evidentie geleverd voor de validiteit van het onderscheid tussen activering van kennisfeiten ('retrieval') en procedurele kennis ('back-up strategies'). In zijn empirische aanpak maakt hij creatief gebruik van reactietijdexperimenten. Hierbij gaat hij terug op het werk van bijvoorbeeld Sternberg (1969). Bovendien com-

bineert hij deze data met andersoortige gegevens, zoals 'verbal reports'.

Een belangrijke beperking van deze benadering is echter dat de ontwikkeling van rekenvaardigheid wordt beschreven in termen van snelheid en nauwkeurigheid van betrokken processen. Siegler beschouwt rekenvaardigheid als de uitkomst van een ontwikkelingsproces waarvan ervaring de kern vormt. Rekenvaardigheid ontwikkelt zich als een bijproduct van ervaring; een proces dat gedeels onbewust verloopt. De rol van bewust inzicht is beperkt. In elk geval komt bewust inzicht na onbewust "ontdekken" (Siegler & Stern, 1998), maar de beperkingen worden vooral zichtbaar wanneer we zijn werk willen toepassen om de rol van scholing en instructie (behalve als "leverancier" van ervaringen) te verklaren. Het verwerven van bewuste inzichten speelt een beperkte rol: "[...] knowledge about where the strategies should be used comes primarily from past outcomes produced by the strategies rather than through a rational metacognitive analysis of where the strategies should be most useful. If children needed to base their strategy choices on logical analyses of each strategy's strengths and weaknesses, it is doubtful that they would ever be able to choose as wisely as they do. However, through repeated use of different strategies, children learn about the overall speed and accuracy yielded by each strategy, the effort required to use it, and the types of problems on which it is most effective." (Siegler & Jenkins, 1989, p.14). Instructie is juist gericht op het verwerven van een (bewust) inzicht, het maken van bewuste keuzes, en het bewust kunnen afwegen van keuzes. Deze inzichten vormen in een onderwijskundige context het bereikte niveau van rekenkennis.

Het werk van Siegler vormt een krachtig model om een belangrijk aspect van de ontwikkeling van rekenvaardigheid te verklaren (met name de ontwikkeling van een netwerk van rekenfeiten). Wanneer het gaat om de verwerving van basale rekenkennis, kan dit model goede diensten bewijzen. Het kent echter duidelijke beperkingen waar het gaat om de verklaring van het proces van leren in termen van de rol van instructie bij het verwerven van inzicht, het verwerven van be-

grip, en het maken van bewuste keuzes. Bewust inzicht speelt wel degelijk een rol bij de verwerving van complexe procedures.

In de bijdragen in dit nummer zien we deze tweedeling terug. In de bijdragen van Torbeyns, Verschaffel en Ghesquière, en Luwel, Verschaffel, Onghena en De Corte zien we de resultaten van twee empirische studies. En hier zien we hoe het model van Siegler - met name het onderscheid tussen 'retrieval' en procedures - een krachtig middel kan zijn om empirische data te verklaren. In de bijdragen van Milo en Ruijsenaars, van Kroesbergen en Van Luit, en van Van Lieshout en Meijers, zien we hoe het werk van Siegler ten hoogste in meer algemene, beschrijvende zin een bijdrage kan leveren bij confrontatie met de uitgangspunten van het realistisch rekenen. In deze benadering ligt de nadruk op elementen als inzicht, en het kunnen verklaren van keuzes. Elementen die in het op associatiesterkte gebaseerde model van Siegler geen rol spelen.

3 Adaptiviteit van strategiekeuze

De rol van instructie werkt door in welke aspecten van strategieverwerving als het meest relevant worden beschouwd. Met name is hierbij de vierde parameter uit het model van Siegler, *adaptiviteit van strategiekeuze*, relevant. Zoals in de inleiding (Verschaffel & Ruijsenaars, dit themanummer) al naar voren is gekomen, is flexibiliteit of adaptiviteit van de strategiekeuze ook een belangrijk aspect binnen de vernieuwingen van het reken-wiskundeonderwijs in zowel Nederland als Vlaanderen. Hieronder bespreken we hoe het begrip *adaptiviteit in strategiegebruik* in de verschillende bijdragen wordt beschreven en geoperationaliseerd.

Siegler noemt een strategiekeuze adaptief indien deze het snelst tot een accuraat antwoord leidt. Uit het artikel van Torbeyns e.a. klinkt de intentie door om Sieglers definitie en operationalisatie van *adaptief strategiegebruik* te hanteren, gebruik makend van de 'choice/no-choice'-methode. Echter, omdat de kinderen alle sommen in de aanvulconditie trager beantwoordden dan in de vrijekeuzeconditie, kunnen zij de snelheidsgege-

vens niet meenemen in de operationalisering van *adaptiviteit*. Vervolgens heeft in hun bijdrage *adaptiviteit* betrekking op de consistentie van leerlingen bij het toepassen van de meest verkorte strategie bij het oplossen van bepaalde somtypen. Het toepassen van minder verkorte strategieën betekent dat het oplossen meer tijd en/of werkgeheugen kost. Wanneer leerlingen bij het oplossen van eenzelfde somtype strategieën gebruiken die verschillen in mate van verkorting, interpreteren Torbeyns e.a. dit als een *verminderde adaptiviteit*. Hun resultaten laten overigens een grote consistentie in toegepaste strategieën zien. Opgemerkt kan worden dat de resultaten die zij vinden ongetwijfeld worden beïnvloed door omgevingsvariabelen, zoals de eis om zo snel mogelijk te antwoorden. Dergelijke variabelen hebben een belangrijke invloed op strategiegebruik. Luwel e.a. spreken van *adaptiviteit* wanneer studenten hun strategiegebruik aanpassen aan een bepaald taakkenmerk, in dit geval de diversiteit in rooster-groottes. Meer specifiek werd nagegaan of dit taakkenmerk het gebruik van de (in dit geval) handige aftrekstrategie beïnvloedt bij het bepalen van aantallen die aangeboden worden in rechthoekige roosters. In de bijdrage van Milo en Ruijssenaars wordt *adaptiviteit* geïnterpreteerd in termen van flexibiliteit: de mate waarin leerlingen afwisselende strategieën toepassen onder invloed van opgavenkenmerken. Als leerlingen bij aftrekopgaven met tentalpassering een strategie kiezen die minder foutgevoelig is dan de strategie die ze bij de overige opgaven gebruiken, dan worden deze leerlingen als *flexibel* beschouwd. Hierbij wordt gebruik gemaakt van het gegeven dat de splitsstrategie tot problemen kan leiden bij aftrekken met tentalpassering, terwijl dit bij de rijgstrategie niet het geval is. Van Lieshout en Meijers definiëren *adaptiviteit* in termen van *handigheid*. Een strategie wordt als handig erkend als deze wordt toegepast op opgaven waarvan de oplossing met zo'n strategie als efficiënter kan worden gezien dan wanneer een andere strategie uit het scoringssysteem wordt toegepast. Om de efficiëntie te bepalen werd gebruik gemaakt van onderzoeksgegevens uit de literatuur. Kroesbergen en Van Luit toetsen de hypothese dat instructie die aansluit

bij eigen oplossingsmanieren flexibiliteit bevordert. Hoewel hun gebruik van het begrip *flexibiliteit* aanpassing aan probleemkenmerken impliceert, beperken zij zich in hun onderzoek tot de eerste drie parameters uit het model van Siegler: *beschikbaarheid*, *frequentie*, en *efficiëntie*. Hun resultaten wijzen erop dat *efficiëntie van strategiegebruik* in termen van aantal stappen toeneemt. Blijkbaar worden beschikbare strategieën efficiënter toegepast op de aangeboden problemen. Het ligt voor de hand dat hierbij sprake is van *adaptiviteit* in de zin dat aanpassing aan probleemkenmerken een rol speelt. Dat zij dit niet onderzoeken lijkt een gemiste kans.

Allereerst merken we op dat de verschillende uitgangspunten waaruit de beschreven onderzoeken starten, een belangrijk aanknopingspunt vormen voor de diverse invullingen van het begrip *adaptiviteit* en de daaraan verbonden conclusies. Zo wordt in de artikelen van Torbeyns e.a. en Luwel e.a. het begrip *adaptiviteit* gebruikt. *Adaptiviteit* wordt in deze twee studies, in overeenstemming met de benadering van Siegler, gezien in termen van consistentie, snelheid en efficiëntie, niet in termen van begrip en inzicht. Een vrij grote groep leerlingen en studenten wordt in deze studies als *adaptief* in hun strategiegebruik getypeerd. Het is ons inziens echter de vraag of er over een *adaptieve keuze* gesproken kan worden. Volgens Torbeyns e.a. maakt een kind een *adaptieve keuze* als het in beide condities een som oplost via de geheugenstrategie. Maar als bepaalde kennis is geautomatiseerd, in hoeverre kan men dan nog spreken over een keuze, over rekening houden met de aard van opgave?

De vraag waarom leerlingen gebruikte strategieën afwisselen (*adaptiviteit* in termen van *flexibiliteit*), is juist de uitgangsvraag in de bijdragen van zowel Milo en Ruijssenaars als van Van Lieshout en Meijers. In deze bijdragen is begrip van en inzicht in wanneer strategieën handig en doelmatig zijn van belang ("Wel hadden zij kennelijk de cognitieve vaardigheden om de toepassing van strategieën al vroeg te begrijpen", Van Lieshout en Meijers, par. 3). Ontwikkeling in termen van automatisering en snelheid, de kern in het model van Siegler, is onvoldoende. Van Lieshout en Meijers schrijven (par.3): "Voor deze

opgaven (namelijk redactieopgaven met tientalpassering) zijn geautomatiseerde vaardigheden voor het optellen en aftrekken van getallen in kale sommen zonder tientalpassering niet genoeg. Het kind heeft ook inzicht nodig in wat gedaan moet worden als tientalpassering nodig is...”

Zowel Milo en Ruijssenaars als Van Lieshout en Meijers gebruiken bij de bepaling van *adaptiviteit* (of handigheid) vooraf door de onderzoekers opgestelde criteria, gebaseerd op gegevens uit de onderzoeksliteratuur. Gebruikmakend van deze criteria, vinden zij bij de populatie kinderen met leerproblemen een geringe mate van adaptiviteit van strategiekeuze. Er waren echter in deze studies, wat strategiegebruik betreft, voor de leerlingen veel meer keuzemogelijkheden dan in de studies van Torbeyns e.a. en van Luwel e.a. De gevonden verschillen in de mate waarin sprake is van adaptief strategiegebruik, zouden naar onze mening, behalve met de onderzochte populatie, ook te maken kunnen hebben met de “strengheid” van het gehanteerde adaptiviteitscriterium.

Bovenstaande laat zien hoe eenzelfde begrip in een experimentele en een onderwijskundige benadering een verschillende status kan hebben, en wordt gebruikt om op verschillende vragen een antwoord te vinden. Het beeld dat ontstaat uit het werk van Siegler is dat automatisering en snelheid belangrijke elementen zijn in de ontwikkeling van rekenvaardigheid in het algemeen. Het werk van Torbeyns e.a., dat het duidelijkst in lijn ligt van het werk van Siegler, laat dit duidelijk zien. Maar individuele verschillen in rekenvaardigheid zijn eerder te herleiden tot verschillen in inzicht en begrip. En hier bevestigen we ons op een terrein van verklaring dat, zoals eerder aangegeven, in het werk van Siegler een weinig opvallende, om niet te zeggen ontbrekende, plaats heeft.

teel kan worden getoetst. Cognitief psychologisch onderzoek omvat echter meer dan alleen het experimentele onderzoek vanuit de informatieverwerkingsbenadering, zoals dat van Siegler. In een recent overzicht merkt Ashcraft (1995) op, dat sinds de cognitieve revolutie in de psychologie het onderwerp ‘mental arithmetic’ opnieuw werd ontdekt in de 60-er en 70-er jaren door ‘the developing cognitive psychology’. Velen zullen echter bij cognitief psychologisch onderzoek denken aan een andere onderzoeksbenadering, met als invalshoek het inventariseren van rekenstrategieën via interviews en zelfrapportage, waarvan de Amerikaanse psychologen Carpenter en Fuson bekende representanten zijn (Carpenter, Moser & Romberg, 1982; Fuson, 1992). Hun classificatieschema’s met indelingen in een aantal ontwikkelingsniveaus worden thans veel gehanteerd en nagevolgd. Bekend is het schema van de ontwikkeling van telstrategieën naar (geheugen)rekenfeiten in het domein van de kleine getallen tot 20: van ‘counting all’ via ‘counting on’ naar ‘recalled’ ($7+8=15$) of ‘derived’ ($7+8$ via $7+7=14$, $14+1=15$) number facts’.

Evenals in het experimentele onderzoek bleef ook in dit meer kwalitatieve Amerikaanse onderzoek het niveau van de ‘number facts’, of basisrekenfeiten tot 20, lange tijd de bovengrens. Fuson (1992, p.257) doorbrak deze grens door naar analogie van “(...) certain derived fact procedures ... important in Japan, Korea, mainland China, and Taiwan” erop te wijzen dat meer typen onderscheiden zouden kunnen worden: een sequentiële strategie (‘down-over-ten’: $14-8$ via $14-4=10$, $10-4=6$) of een getalpositie strategie (‘subtract-from-ten’: $14-8$ via splitsen van 14 in 4 en 10, dan $10-8=2$, ten slotte $4+2=6$). De eerste strategie herkennen wij als een hoofdrekenstrategie, die in Nederland en Vlaanderen gebruikelijk is, terwijl de tweede strategie meer overeenkomt met het schriftelijk onderelkaar-rekenen zoals dat in Amerika nog veel voorkomt. In dezelfde publicatie trekt Fuson (1992, p. 262) deze lijn door naar een soortgelijk onderscheid bij het optellen en aftrekken met grotere getallen tot 100, die wij de sequentiële sprong- of rijgstrategie (G10) en de op getalpositie gebaseerde splitsstrategie (1010) zijn gaan noemen (vgl. de bijdragen

4 Strategieontwikkeling en onderwijs

De sterke nadruk op een experimentele benadering kent ook andere bezwaren: het gevaar dat de complexiteit van het gebruik van strategieën wordt herleid tot dat wat experimen-

van Milo en Ruijsenaars, en van Van Lieshout en Meijers).

Deze tweede onderzoeksbenadering heeft meer bekendheid gekregen in de context van onderwijskundig en vakdidactisch onderzoek. Bijvoorbeeld Van Eerde, Van den Berg en Lit (1992) gebruiken in hun "Kwantijzer"-onderzoek soortgelijke strategietyperingen. Deze zijn door Torbeyns e.a. (dit themanummer) benut om binnen de tweedeling bij Siegler tussen geheugen- ('retrieval') en procedurele- ('back-up') strategieën, laatstgenoemde te vervangen door een beter met de praktijk overeenkomende onderverdeling in meerdere niveaus (aanvullen en tellen). Binnen de realistische rekendidactiek zijn vergelijkbare strategietyperingen recentelijk opnieuw gedefinieerd en als een raamwerk van leerlijnen gepresenteerd in de zgn. TAL-brochures *Onderbouw* (Treffers, Van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 1999) en *Bovenbouw* (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys, Treffers, 2000).

Is er nu sprake van een conflict tussen de experimentele benadering binnen de cognitieve psychologie en de meer onderwijskundig georiënteerde onderzoeksrichting? Vaak lijkt het er wel op. In Amerika trekken deze twee onderzoekstradities binnen de cognitieve psychologie helaas meestal nog gescheiden op, met afzonderlijke congressen en tijdschriften. Wij willen deze discussiebijdrage echter eindigen met enkele overwegingen bij de mogelijkheid om beide benaderingen te combineren door de resultaten en methoden uit de experimentele benadering te verbinden met inzichten uit onderwijskundig en vakdidactisch onderzoek. Het werk van Torbeyns e.a. kan worden gezien als een stap in deze richting. In deze bijdrage waarderen wij de poging om de strenge methodologie van Siegler - reactietijdmeting en de 'choice/no-choice'-condities - toe te passen op een meer genuanceerde indeling in strategieniveaus. Helaas is het bij de strategie "aanvullen" (nog) niet volledig gelukt om voldoende bruikbare gegevens te verzamelen, maar het is van belang om met deze pogingen door te gaan. Dit wordt geïllustreerd door de bevinding van Torbeyns e.a., dat zwakkere rekenaars in de vrije-keuzeconditie toch nog regelmatig sommen tellend oplosten, die zij blijkens hun

scores in de geheugen- of aanvulconditie wel correct op dit hogere niveau beheersten. Het is belangrijk dat een dergelijk bekend verschijnsel uit de onderwijspraktijk onder experimentele condities bevestigd wordt. Wanneer de aanvulstrategie, maar ook diverse tussenvormen tussen tellen en aanvullen, meer gecontroleerd onderzocht zouden kunnen worden, kwamen we misschien dichterbij antwoorden op vragen met betrekking tot de strategieontwikkeling bij zwakke rekenaars.

In het andere onderzoek van Luwel e.a. worden, door toespitsing van Siegler's model op één strategiewisseling (optellen/afrekken), in relatie tot duidelijk te manipuleren taakkenmerken, fraaie resultaten gevonden. Deze onderzoeksopzet illustreert hoe het ontwerpen van een goed experiment belangrijke aspecten van flexibel strategiegebruik aan het licht kan brengen, die anders diffuus of verborgen blijven. Daarom bepleiten we het leggen van een link tussen enerzijds deze experimentele onderzoeksmethoden en anderzijds praktijkrelevante, maar tot dusver onopgehelderde vragen uit de ontwikkeling van rekenstrategieën bij kinderen. In het artikel van Luwel e.a. worden enkele suggesties in deze richting reeds gegeven.

Aansluitend zouden wij nog willen noemen een nauwkeuriger onderzoek naar adaptieve strategiewisseling bij twee typen aftrek-sommen met een groot of klein verschil: 75-36 en 71-69. In het getallenlijnonderzoek van Klein (1998) bleek dat zwakke rekenaars bij directe instructie in de sprong- of rijgstrategie (G10) tamelijk rigide aan deze aftrekprocedure bleven vasthouden, óók bij sommen als 71-69. In de realistische-instructieconditie, daarentegen, schakelden de zwakke rekenaars wél frequent om naar de (aangeboden) alternatieve strategie bij dit somtype: in één kleine stap het verschil overbruggen (p.123). Door toespitsing op deze somtypen zouden leerlingkenmerken als *wel/niet profiteren van instructie* en *(on)vermogen tot impliciet leren* (Milo & Ruijsenaars, dit nummer; Ruijsenaars, 1992) misschien explicieter onderzocht kunnen worden.

Toen wij in Leiden begonnen met het onderzoek naar het gebruik van rekenstrate-

gieën zoals G10 en 1010, kregen wij bij een van de eerste publicaties aangeboden aan een Amerikaans tijdschrift (Wolters, Beishuizen, Broers & Knoppert, 1990; vgl. ook Beishuizen, Wolters & Broers, 1991) van één van de reviewers het manuscript retour (in 1988) met het commentaar: "Reject. Not grounded in any theory." Deze niet erg bemoedigende reactie was kennelijk afkomstig uit de experimentele benadering binnen de cognitieve psychologie. Het Leidse onderzoek naar het gebruik van nieuwe, nog weinig bekende strategieën bij het hoofdrekenen met grotere getallen tot 100 vond duidelijk plaats vanuit de tweede benadering. Echter, ook wij probeerden via reactietijdmeting onze kwalitatieve gegevens harder te maken. Intussen zijn aan beide kanten de ontwikkelingen qua theorie en onderzoeksmethode verder gegaan. Des te meer reden om te bezien hoe complexe praktijkproblemen bij de ontwikkeling van rekenstrategieën door bepaalde combinaties van beide onderzoeksbenaderingen meer verhelderd zouden kunnen worden.

Literatuur

- Ashcraft, M.H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, 1, 3-34.
- Beishuizen, M., Wolters, G., & Broers, G. (1991). Mentale rekenprocedures in het getallengebied 20-100 onderzocht met reactietijdmeting en tempoetsen. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 16, 19-38.
- Carpenter, T.P., Moser, J.M., & Romberg, T.A. (Eds.) (1982). *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Eerde, D. van, Berg, W. van den, & Lit, S. (1992). *Kwantiwijzer voor leerkrachten. Werkboek 4: overbruggen van 10 (optellen)*. Tilburg: Zwijsen.
- Fuson, K.C. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243-275). New York: Macmillan.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den, Buys, K., & Treffers, A. (Eds.) (2000). *Kinderen leren rekenen - Tussendoelen Annex Leerlijnen - Hele getallen bovenbouw basisschool*. Utrecht/Enschede: Freudenthal Instituut en SLO.
- Klein, A.S. (1998). *Flexibilization of mental arithmetic*

strategies on a different knowledge base: the empty number line in a Realistic versus Gradual program design. Academisch proefschrift. Utrecht: CD-β Press.

- Lemaire, P., & Siegler, R.S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124 (1), 83-97.
- Ruijsenaars, A.J.J.M. (1992). *Rekenproblemen. Theorie, diagnostiek, behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.
- Siegler, R.S., & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Siegler, R.S., & Stern, E. (1998). Conscious and unconscious strategy discoveries: A microgenetic analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 127, 377-397.
- Sternberg, S. (1969). The discovery of processing stages: Extensions of Donder's method. In W.G. Koster (Ed.), *Attention and performance II*. *Acta Psychologica*, 30, 276-315.
- Treffers, A., Heuvel-Panhuizen, M. van den, & Buys, K. (Eds.) (1999). *Jonge kinderen leren rekenen - Tussendoelen Annex Leerlijnen - Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Wolters, G., Beishuizen, M., Broers, G., & Knoppert, W. (1990). Mental arithmetic: Effects of calculation procedure and problem difficulty on solution latency. *Journal of Experimental Child Psychology*, 49, 20-30.

Manuscript aanvaard: 31 januari 2002

Auteurs

Gerard Seegers is universitair docent.

Harriet Vermeer is post-doc onderzoeker.

Meindert Beishuizen is gastmedewerker.

Allen zijn verbonden aan de afdeling Onderwijsstudies van de Universiteit Leiden.

Correspondentieadres: G. Seegers, Universiteit Leiden, Faculteit der Sociale Wetenschappen, afdeling Onderwijsstudies, Postbus 9555, 2300 RB Leiden, e-mail: seegers@fsw.leidenuniv.nl