

Adaptief strategiegebruik bij het bepalen van aantallen: de invloed van taakkenmerken¹

K. Luwel, L. Verschaffel, P. Onghena en E. De Corte²

Samenvatting

In voorgaande studies toonden we aan dat men verscheidene strategieën kan gebruiken om aantallen blokjes te bepalen die worden aangeboden in een vierkant rooster. Een van deze strategieën is de handige aftrekstrategie, waarbij het aantal lege vakjes in het rooster wordt afgetrokken van het totaal aantal vakjes in het rooster. In de huidige studie wilden we de adaptiviteit in het strategiegebruik onderzoeken in functie van de diversiteit in roostergroottes. Analyses van verschillende soorten data (reactietijden, afwijkingen en verbale rapporteringen) wezen uit dat deze diversiteit, zoals verwacht, een invloed had op de frequentie, de uitvoeringsduur en de accuraatheid waarmee de aftrekstrategie werd toegepast. Deze studie liet ook toe de waarde te testen van Lemaire en Siegler (1995) theoretisch kader omtrent strategische veranderingen voor het bestuderen van strategiegebruik onder verschillende condities.

1 Inleiding

Bij de laatste hervormingen in het wiskundeonderwijs is er o.a. meer nadruk komen te liggen op schattend rekenen en op 'number sense'. Meer specifiek wordt er thans meer aandacht besteed aan doelen zoals: inzicht hebben in de (relatieve) grootte van getallen, getallen kunnen positioneren en structureren, verwerven en gebruiken van maatkennis, getallen kunnen afronden en kunnen rekenen met afgeronde getallen, het kunnen schatten van (grote) aantallen, etc. (Van den Heuvel-Panhuizen, Buys & Treffers, 2000; Verschaffel & De Corte, 1996). Deze toenemende interesse voor het schatten is niet enkel gebaseerd op het feit dat deze vaardigheden een groot (en steeds groter wordend) praktisch nut hebben in onze maatschappij. Daarnaast draagt het leren schatten ook in belangrijke mate bij tot de realisatie van allerlei

algemene doelen van het wiskundeonderwijs, zoals het analyseren van en reflecteren over eigen aanpakstrategieën en het leren oplossen van problemen.

Ondanks het actueel belang van het schatten voor het wiskundeonderwijs, is er al bij al nog maar weinig wetenschappelijk onderzoek naar dit fenomeen uitgevoerd (Sowder, 1992). En het schaarse onderzoek dat reeds verricht is, heeft zich bovendien toegespitst op het schattend *rekenen* (d.w.z. het benaderend bepalen van de uitkomst van een rekenkundige bewerking, hetzij omdat precies rekenen niet kan, niet mag, of niet hoeft, hetzij om de juistheid van een rekenkundige bewerking via een schatting te controleren) en op het schattend *meten* (d.w.z. het schattend bepalen van een lengte, een oppervlakte, een inhoud, een gewicht, etc.). Het schattend bepalen van (grote) aantallen daarentegen heeft nog maar heel weinig onderzoeks aandacht gekregen (Sowder, 1992).

De studie die in deze bijdrage gerapporteerd wordt, kadert in een breder onderzoeksproject waarin we deze leemte trachten op te vullen. Met dit project willen we een driedimensionale doelstelling bereiken. In de eerste plaats wensen we een beter zicht te krijgen op de cognitieve strategieën die een rol spelen bij het vaardig schatten van aantallen, op de ontwikkeling van deze strategieën en op de flexibiliteit of adaptiviteit waarmee ze worden toegepast. In de tweede plaats willen we onze resultaten gebruiken om de bruikbaarheid en de generaliseerbaarheid te testen van het theoretisch kader van Lemaire en Siegler (1995) aangaande 'strategic change'. Ten derde willen we op basis van de aldus verworven inzichten bouwstenen aanreiken voor de uitwerking van nieuwe leerlijnen, onderwijsmiddelen, instructie- en 'assessment'-technieken, e.d. met betrekking tot het leren schatten. Uiteraard vormt de huidige studie slechts een fragment van dit ruimer project, wat noodzakelijkerwijs een aantal beperkingen met zich meebrengt. In de eerste plaats

wordt in deze studie geen strak onderscheid gemaakt tussen het schattend en het precies bepalen van aantallen. Ten tweede beperken we ons in het aantal strategieën voor het bepalen van aantallen, dat we in beschouwing nemen (zie verder). Tot slot werken we in deze studie met (volwassen) experts op het terrein van het bepalen van aantallen. De reden voor deze keuze inzake subjecten wordt verderop gegeven.

Recente onderzoeken hebben aangetoond dat mensen verscheidene strategieën kennen en gebruiken bij het uitvoeren van de meeste cognitieve taken (voor een overzicht zie Siegler, 1996). Deze strategische variabiliteit werd geobserveerd in uiteenlopende domeinen, zoals het maken van eenvoudige optellingen (Siegler & Robinson, 1982) en aftrekkingen (Siegler, 1987), wetenschappelijk redeneren (Kuhn & Phelps, 1982), kloklezen (Siegler & McGilly, 1989), het memoriseren van losse gegevens (McGilly & Siegler, 1990), en spellen (Marsh, Friedman, Welch, & Desberg, 1980). Deze variabiliteit in strategieën heeft als gevolg dat het er steeds op aan komt de meest adaptieve strategie te kiezen uit het repertoire van beschikbare strategieën.

Payne, Bettman en Johnson (1993) gaan ervan uit dat een strategiekeuze beïnvloed wordt door verschillende parameters. Een eerste parameter houdt verband met de kenmerken van de onderscheiden strategieën die men ter beschikking heeft. Strategieën kunnen verschillen in de mate van cognitieve inspanning die vereist is om ze uit te voeren, evenals in hun graad van accuraatheid. Een tweede parameter heeft betrekking op persoonskenmerken zoals (tijdelijke) beperkingen in mentale capaciteit of de mate van expertise die men in een specifiek taakdomein bezit. Tot slot kunnen ook omgevingsvariabelen een invloed hebben op de strategiekeuze. Tot deze variabelen rekenen Payne e.a. (1993) niet enkel de taakkenmerken in strikte zin, zoals de moeilijkheidsgraad van de items of hun opeenvolging in een taak, maar ook allerlei bredere contextvariabelen of situationele kenmerken, zoals de vereiste om snel dan wel accuraat te antwoorden.

Bij het maken van een adaptieve strategiekeuze worden deze drie parameters veronder-

steld met elkaar te interageren. Zo kunnen de omgevingsvariabelen in interactie treden met de relatieve voor- en nadelen van de onderscheiden strategieën. Met andere woorden, de structuur van een welbepaalde omgeving bepaalt de kans dat elk van de verschillende strategieën een correcte oplossing voor een specifiek probleem kan bieden. Een omgevingsvariabele kan ook interageren met de mentale capaciteiten van het individu. Wanneer men bijvoorbeeld twee taken tegelijk dient op te lossen, dan zal men over een geringere mentale capaciteit beschikken om steeds de meest adaptieve strategie te kiezen dan in het geval waarin men met slechts één taak geconfronteerd wordt. Deze verschillende interacties leiden ertoe dat een bepaalde strategie in de ene omgeving wel zal verkozen worden boven een aantal andere, terwijl in een andere omgeving een andere strategie de voorkeur zal genieten.

Een vaak gebruikt theoretisch kader om de strategische competentie te onderzoeken is Lemaire en Siegler's (1995) 'model of strategic change'. In dit theoretisch kader wordt onderscheid gemaakt tussen vier dimensies waarop een verandering in het strategiegebruik zich kan voordoen: (a) het *repertoire* van strategieën dat men ter beschikking heeft, (b) de relatieve *frequentie* en de aard van de problemen waarbij elke strategie wordt gebruikt, (c) de *efficiëntie* waarmee elke strategie wordt uitgevoerd (in termen van snelheid en/of accuraatheid), en (d) de *adaptiviteit* van de strategiekeuzen. Volgens deze auteurs kan een verandering in elk van deze dimensies resulteren in een verbetering van de snelheid en de accuraatheid in de prestatie op de gehele taak.

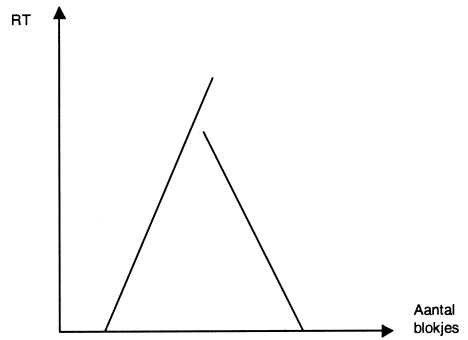
1.1 Rationele taakanalyse

De taak die we in de huidige studie gebruiken, bestaat uit het bepalen van verschillende aantallen gekleurde blokjes die in vierkante roosters werden aangeboden. Eerdere studies (Luwel, Verschaffel, Onghena & De Corte, 2001a, 2001b; Verschaffel, De Corte, Lamote & Dhert, 1997) hebben aangetoond dat men in het algemeen gebruik maakt van drie verschillende strategieën om deze taak op te lossen. De keuze voor elk van deze strategieën is onder meer afhankelijk van de verhouding

gekleurde blokjes versus lege vakjes in het rooster. Wanneer er weinig gekleurde blokjes en veel lege vakjes zijn, dan doet men een beroep op de optelstrategie, waarbij men het totaal aantal gekleurde blokjes in het rooster opdeelt in een aantal groepen, het aantal blokjes in elke groep bepaalt en deze aantallen vervolgens optelt. Zijn er veel blokjes en weinig lege vakjes in het rooster, dan kan men gebruik maken van de handige aftrekstrategie. Hierbij wordt het aantal lege vakjes afgetrokken van het (geschatte) totaal aantal vakjes in het rooster (het zogenaamde “anker”). Als er teveel blokjes en lege vakjes zijn om accuraat te kunnen bepalen binnen de gegeven tijdslimiet, dan vallen vele subjecten terug op een soort van schatstrategie waarbij het aantal blokjes wordt bepaald op een snelle maar weinig nauwkeurige manier. Aangezien in de huidige studie enkel gewerkt is met volwassen deelnemers (die in zekere zin te beschouwen zijn als experts in het bepalen van dergelijke aantallen), met relatief kleine roostergroottes en zonder tijdslimiet, verwachtten we niet dat de subjecten hun toevlucht zouden moeten nemen tot de schatstrategie. Daarom zullen we het in wat volgt enkel nog hebben over de optel- en de aftrekstrategie.

1.2 Identificatie van strategieën

Het gebruik van de optelstrategie wordt verondersteld te resulteren in lineair toenemende reactietijden en afwijkingen (d.i. het absolute verschil tussen de gemaakte hoeveelheidsbepaling en het werkelijk aantal blokjes) bij een stijgend aantal blokjes, terwijl de toepassing van de aftrekstrategie gedacht wordt te leiden tot lineair dalende reactietijden en afwijkingen bij een toenemend aantal blokjes (zie Figuur 1). Derhalve kunnen beide strategieën geïdentificeerd worden door de individuele reactietijdpatronen van de deelnemers te ‘fitten’ met het hypothetisch reactietijdpatroon uit Figuur 1 aan de hand van een tweefasig gesegmenteerd lineair regressiemodel (Beem, 1993, 1995). Dit model gaat op zoek naar een keerpunt in de data en is volgens Beem (Ippel & Beem, 1987) ideaal geschikt voor het bestuderen van strategieovergangen in cognitieve taken. Het keerpunt dat door het model berekend



Figuur 1. Hypothetisch reactietijdpatroon bij toepassing van de Optel- en de Aftrekstrategie.

wordt, verwijst naar de waarde van de onafhankelijke variabele (in ons geval: het aantal blokjes) waarbij men de ene strategie voor de andere heeft ingeruild. Terwijl de relatie tussen de afhankelijke en de onafhankelijke variabele in het eenvoudige lineaire regressiemodel wordt beschreven door één regressievergelijking, zal deze in het tweefasig regressiemodel worden beschreven door twee verschillende regressievergelijkingen. De eerste regressievergelijking heeft betrekking op alle datapunten tot en met het keerpunt, terwijl de tweede regressievergelijking alle datapunten vanaf het keerpunt omvat.

Door de volgende stapsgewijze procedure te doorlopen is het mogelijk om voor elk subject na te gaan of zijn/haar patroon van reactietijden overeenkomt met het hypothetisch tweefasig patroon uit Figuur 1. Ten eerste worden alle individuele reactietijdpatronen getest op de aanwezigheid van een keerpunt. Indien er geen keerpunt wordt vastgesteld in het datapatroon, nemen we aan dat het subject slechts één strategie (bijv. de optelstrategie) heeft toegepast op alle items. Als er wel een keerpunt aanwezig is, veronderstellen we dat het individu twee strategieën heeft toegepast en wordt er overgegaan tot de tweede stap. In deze tweede stap wordt een mogelijke ‘fit’ van het geobserveerde datapatroon met het hypothetisch patroon uit Figuur 1 onderzocht. Hierbij wordt getest of de parameters aangaande de helling van de regressielijnen in de verschillende regressievergelijkingen - de zogenaamde *b*-parameters - van nul afwijken. Meer specifiek moet de *b*-parameter van de eerste regressielijn significant positief zijn (wat wijst op een toename

in reactietijden bij een groter wordend aantal blokjes), terwijl de *b*-parameter van de tweede regressielijn significant negatief moet zijn (duidend op een afname in reactietijden in het tweede deel van het datapatroon). Bij de datapatronen waarvan de parameters niet aan deze voorwaarden voldoen, wordt verondersteld dat een of beide strategieën niet zijn toegepast. Deze subjecten worden als zodanig gecategoriseerd. Een meer gedetailleerde beschrijving van deze procedure kan gevonden worden in Luwel, Beem, Onghena en Verschaffel (2001). De studies van Luwel e.a. (2001a, 2001b) en Verschaffel e.a. (1997) dragen empirische evidentie aan voor het bestaan van dit hypothetisch reactietijdpatroon en voor de waarde van Beems (1993, 1995) tweefasig gesegmenteerd lineair regressiemodel als hulpmiddel bij de identificatie van strategieën binnen dit paradigma.

1.3 Hypothesen en predicties

Door gebruik te maken van de bovenvermelde taak en manier van data-analyse, wilden we onderzoeken in welke mate mensen hun strategiegebruik aanpassen aan een bepaald type van omgevingsvariabele, namelijk de taakkenmerken. Het taakkenmerk dat in deze studie werd gemanipuleerd was de diversiteit in roostergroottes. Meer specifiek gingen we na of dit taakkenmerk het gebruik van de handige aftrekstrategie beïnvloedt. Indien dit het geval is, dan kan dit beschouwd worden als een sterke aanwijzing voor het flexibel en adaptief karakter van de strategiekeuzes van experts in een bepaald taakgebied.

In het huidige experiment doorliepen alle deelnemers twee condities: een *niet-gemengde* conditie (NC) waarbij alle aantallen blokjes werden aangeboden in hetzelfde rooster (d.i. 7x7) en een *gemengde* conditie (GC), waarin de aantallen blokjes werden gepresenteerd in roosters van verschillende omvang (d.i. 5x5, 6x6, 7x7, 8x8, en 9x9). Aan de basis van onze predicties lag de hypothese dat de toepassing van de aftrekstrategie sterker gefaciliteerd wordt in de NC dan in de GC en dat dit tot uiting zou komen in een aantal prestatiepunten. De redenering hierachter is dat men in de GC het totaal aantal vakjes in het rooster (= het anker) bij elke beurt opnieuw dient te bepalen om de aftrekstrate-

gie correct te kunnen toepassen, terwijl men dit in de NC slechts eenmaal dient te doen om deze strategie gedurende de hele sessie juist uit te voeren. Op basis van deze hypothesen kwamen we tot de volgende drie predicties.

Ten eerste verwachtten we dat het keerpunt in het patroon van reactietijden op een groter aantal blokjes (d.i. meer naar rechts) gelokaliseerd zou zijn in de GC dan in de NC. De noodzakelijke extra stap van de ankerbepaling bij het gebruik van de aftrekstrategie in de GC zal er immers toe leiden dat men de overstap naar de aftrekstrategie langer zal uitstellen (en deze strategie bijgevolg ook op een geringer aantal beurten zal toepassen) dan in de NC. We voorspelden dan ook dat de waarde van het keerpunt groter zou zijn in de GC dan in de NC.

Ten tweede verwachtten we dat de uitvoeringsduur van de aftrekstrategie groter zou zijn in de GC dan in de NC. Aangezien men het anker slechts eenmaal dient te bepalen in de NC om de aftrekstrategie correct te kunnen toepassen doorheen de rest van de sessie, kan men hierdoor een aanzienlijke tijdswinst boeken in vergelijking met de GC. Daarom voorspelden we dat de gemiddelde reactietijden van de aftrekstrategie significant hoger zullen zijn in de GC dan in de NC, terwijl we geen verschil tussen beide condities verwachtten met betrekking tot de gemiddelde reactietijden van de optelstrategie.

Ten derde verwachtten we dat de toepassing van de aftrekstrategie tot grotere afwijkingen (d.i. tot grotere absolute verschillen tussen het gegeven antwoorden en het werkelijk aantal blokjes) zou leiden in de GC dan in de NC. Het telkens opnieuw moeten bepalen van het anker in de GC verhoogt immers de kans op het maken van fouten bij het uitvoeren van dit proces. Een bijkomende mogelijke foutenbron in de GC ligt in de mogelijkheid dat men bij het gebruik van de aftrekstrategie het aantal lege vakjes aftrekt van een verkeerd anker. We voorspelden bijgevolg dat de gemiddelde afwijkingen ten gevolge van het gebruik van de aftrekstrategie significant groter zouden zijn in de GC dan in de NC, terwijl we voor de afwijkingen geproduceerd door de Optelstrategie geen verschil tussen beide condities voorspelden.

2 Methode

2.1 Deelnemers

Vierentwintig studenten³ in de Pedagogische Wetenschappen aan de K.U. Leuven namen op vrijwillige basis deel aan het onderzoek. Hun gemiddelde leeftijd was 21 jaar. Beide geslachten waren evenredig vertegenwoordigd.

2.2 Materiaal

De taak werd aan de deelnemers gepresenteerd met behulp van een computer. De stimuli bestonden uit vierkante roosters die respectievelijk 5x5, 6x6, 7x7, 8x8 en 9x9 vierkante vakjes bevatten. Elk vakje kon ofwel leeg (en had dan dezelfde zwarte kleur als de achtergrond) ofwel met een groen blokje gevuld zijn. Elk vakje had een omvang van 1x1 cm. De groene blokjes werden van elkaar gescheiden door een smalle zwarte lijn, terwijl de lege vakjes niet van elkaar te onderscheiden waren. De omtrek van het rooster was rood gekleurd.

2.3 Procedure

Alle deelnemers werden individueel getest. Elk subject doorliep twee condities gedurende twee opeenvolgende dagen. De volgorde van de condities werd gecontrabalanceerd over de subjecten. In de gemengde conditie kregen de deelnemers alle mogelijke aantallen blokjes uit het 7x7-rooster gepresenteerd (d.i. gaande van 1 t/m 49). Deze 49 aantallen werden gemengd met telkens 20 willekeurig gekozen aantallen uit het 6x6- en 8x8-rooster en telkens vijf willekeurig gekozen aantallen uit het 5x5- en 9x9-rooster, resulterend in een totaal van 99 beurten. In de niet-gemengde conditie werden alle items in het 7x7-rooster aangeboden. Om de vergelijkbaarheid tussen beide condities te verhogen met betrekking tot het aantal aangeboden items, werden alle mogelijke aantallen uit het 7x7-rooster in de NC tweemaal gepresenteerd, wat resulteerde in een totaal van 98 beurten. De volgorde van de stimuli, evenals de plaatsing van de blokjes in het rooster werd volledig gerandomiseerd door de computer. Na elke beurt registreerde de computer het antwoord en de reactietijd van de proefpersoon. Om vermoeidheidseffecten te vermijden werd er in

beide condities na de helft van de aanbiedingen in een korte pauze voorzien.

Bij aanvang van elke conditie werd aan de deelnemers gevraagd om de aantallen blokjes die in de roosters werden aangeboden zo snel en zo accuraat mogelijk te bepalen. Afhankelijk van de conditie werd hen verteld dat de omvang van het rooster dezelfde zou zijn doorheen de hele sessie (NC), of dat de roostergrootte zou veranderen tijdens de sessie (GC). Voor het begin van het eigenlijke experiment werden in elk van beide condities 10 oefenbeurten aangeboden. In de NC werden deze oefenbeurten samengesteld uit 10 willekeurig gekozen aantallen uit het 7x7-rooster, terwijl deze in de GC bestonden uit telkens twee willekeurig gekozen aantallen uit elk van de vijf roosters die in deze conditie voorkwamen. De stimuli bleven op het scherm totdat het subject een antwoord had gegeven. Zodra de proefpersoon antwoordde, duwde de proefleider op een toets waardoor de computerklok stopte en de stimulus verdween. Nadat de proefleider het antwoord had ingetikt, verscheen er een nieuwe stimulus op het scherm.

Na afloop van elke sessie volgde een interview over de wijze waarop men de taak had aangepakt. Met dit interview wilden we nagaan of, en in welke mate, men zich bewust was van de verschillen tussen beide condities en het mogelijke effect daarvan op de aard van het strategiegebruik. Een beknopte beschrijving van dit interview wordt gegeven in de resultatensectie.

3 Resultaten

De focus van onze analyses lag op de vergelijking van het strategiegebruik in het 7x7-rooster onder beide condities. Daarom werden enkel de items die in het 7x7-rooster werden aangeboden in onze analyses opgenomen⁴. Uit deze items werden vervolgens 23 uitschieters op een totaal van 2352 datapunten verwijderd (1%)⁵.

3.1 Ligging van het keerpunt

Om een mogelijk verschil tussen beide condities aangaande de ligging van het keerpunt te achterhalen, 'fitten' we de individuele re-

actietijdpatronen met het hypothetisch reactietijdpatroon uit Figuur 1, volgens de in paragraaf 2 beschreven procedure met het tweefasig gesegmenteerd lineair regressie-model. Deze analyse wees uit dat alle subjecten in beide condities een reactietijdpatroon vertoonden dat strookte met dit hypothetisch datapatroon.

Een vergelijking van de individuele keerpunten onder beide condities toonde aan dat bij 19 van de 24 deelnemers (d.i. 79%) het keerpunt op een groter aantal blokjes gelokaliseerd was in de NC dan in de GC. Een *t*-test voor afhankelijke steekproeven wees bovendien uit dat de gemiddelde waarde van het keerpunt significant groter was in de GC ($M = 30.71$, $SD = 4.62$) dan in de NC ($M = 26.17$, $SD = 4.97$), $t(23) = 3.91$, $p = .0007$. Zoals verwacht, bleek men de aftrekstrategie dus vanaf een kleiner aantal blokjes (en dus op een groter aantal items) toe te passen in de NC dan in de GC.

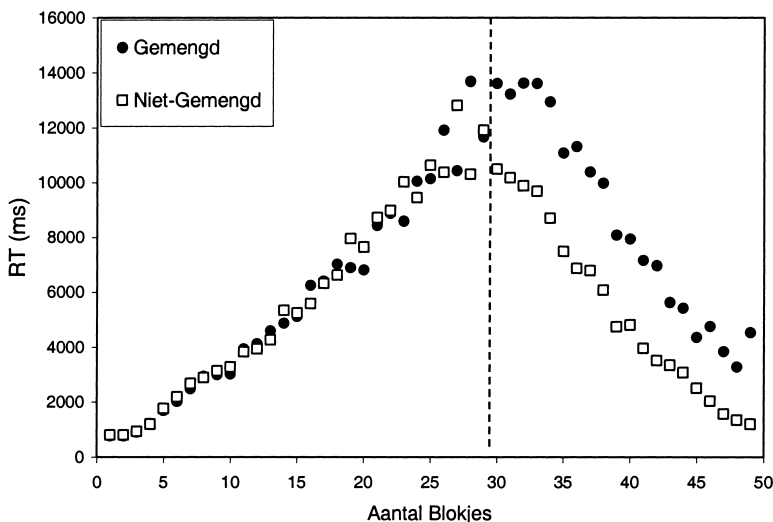
In beide condities blijkt de gemiddelde waarde van het keerpunt ook verder te liggen dan het wiskundig midden, namelijk $49:2=24.5$. Dit gegeven kan eveneens beschouwd worden als een uiting van adaptief strategiegebruik. Aangezien de aftrekstrategie twee extra denkstappen vergt in vergelijking met de Optelstrategie (namelijk het bepalen van het anker (in de GC) en het aftrekken van het aantal lege vakjes van het

anker), is het vanuit cognitief oogpunt voordeliger om pas op de aftrekstrategie over te stappen wanneer het rooster voor ((iets) meer dan) de helft met blokjes gevuld is. Hoe sterker het gebruik van de aftrekstrategie door de omgevingscondities bemoeilijkt wordt (bijv. door het anker van item tot item te laten wisselen), hoe verder het punt waarop een adaptieve oplossing op de Aftrekstrategie zal overschakelen van dit wiskundig midden verwijderd zal zijn.

3.2 Gemiddelde reactietijden

Een visuele inspectie van de grafiek met de gemiddelde reactietijden in Figuur 2 suggereert dat voor de beurten met grote aantallen blokjes (d.i. rechts van de stippellijn) de gemiddelde reactietijden groter zijn in de GC dan in de NC, terwijl we voor de beurten met de kleine aantallen blokjes (d.i. links van de stippellijn) geen verschil bemerken tussen beide condities met betrekking tot de omvang van de reactietijden.

Om de tweede predictie statistisch te toetsen, voerden we op de gemiddelde reactietijden een 2×2 -variantieanalyse uit met *conditie* (gemengd vs. niet-gemengd) en *strategietype* (optel vs. aftrek) als onafhankelijke 'within-subjects' variabelen⁴. Deze analyse toonde een hoofdeffect van conditie, $F(1, 23) = 60.70$, $p < .0001$. De gemiddelde reactietijden in de GC ($M = 4.28s$) waren significant



Figuur 2. Gemiddelde reactietijden in de gemengde en de niet-gemengde conditie.

groter dan die in de NC ($M = 2.95s$). Verder observeerden we een significant hoofdeffect van strategietype, $F(1, 23) = 31.00$, $p = .0002$. De gemiddelde reactietijden die voortkwamen uit de aftrekstrategie ($M = 4.06s$) waren significant groter dan de tijden die geproduceerd werden door de optelstrategie ($M = 3.18s$). Beide variabelen waren eveneens betrokken in een significant interactie-effect $F(1, 23) = 116.75$, $p < .0001$. 'A posteriori' Tukeytests toonden aan dat de gemiddelde reactietijden van de aftrekstrategie significant groter waren in de GC ($M = 5.38s$) dan in de NC ($M = 2.73s$), $p = .0002$, terwijl er geen verschil was tussen beide condities met betrekking tot de reactietijden voor de optelstrategie.

3.3 Gemiddelde afwijkingen

Net zoals bij de gemiddelde reactietijden voerden we een visuele inspectie uit op de plot met de gemiddelde absolute afwijkingen tussen het gegeven antwoord en het werkelijk aantal blokjes. Zoals uit Figuur 3 blijkt, zijn bij de beurten met grote aantallen blokjes (d.i. rechts van de stippellijn) de gemiddelde afwijkingen groter in de GC dan in de NC, terwijl er voor de beurten met relatief kleine aantallen blokjes (d.i. links van de stippellijn) er geen verschil merkbaar is tussen beide condities met betrekking tot deze gemiddelde afwijkingen.

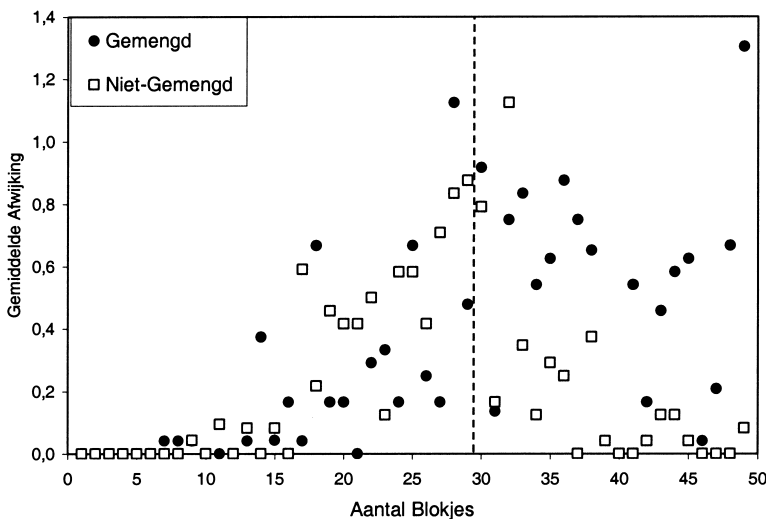
Een gelijkaardige analyse als bij de reactietijden toonde een hoofdeffect van conditie, $F(1, 23) = 6.65$, $p = .02$, waarbij de gemiddelde afwijkingen in de GC ($M = 0.25$) significant groter waren dan die in de NC ($M = 0.05$). Verder observeerden we een hoofdeffect van strategietype, $F(1, 23) = 6.58$, $p = .02$. De gemiddelde afwijkingen die voortkwamen uit de aftrekstrategie ($M = .025$) waren significant groter dan de gemiddelde afwijkingen die geproduceerd werden door de optelstrategie ($M = 0.05$). Tot slot observeerden we een significant interactie-effect tussen beide variabelen $F(1, 23) = 8.02$, $p = .01$. 'A posteriori' Tukeytests wezen uit dat de gemiddelde afwijkingen ten gevolge van het gebruik van de aftrekstrategie significant groter waren in de GC ($M = 0.46$) dan in de NC ($M = 0.04$), $p = .003$, terwijl er voor de gemiddelde afwijkingen van de optelstrategie geen significant verschil tussen beide condities werd vastgesteld.

3.4 Interviewgegevens

In deze sectie beschrijven we kort de resultaten van het interview dat op het einde van elke sessie werd gehouden.

Strategierepertoire

Een eerste (open) vraag betrof de strategieën die men gebruikt had. Uit de antwoorden kwam geen verschil qua strategierepertoire



Figuur 3. Gemiddelde afwijkingen in de gemengde en de niet-gemengde conditie.

tussen beide condities naar voren: in beide condities gaf de grote meerderheid van de deelnemers aan dat ze de optel- en de aftrekstrategie hadden gebruikt (resp. 71% in de NC en 79% in de GC). De overige deelnemers rapporteerden dat ze naast de optel- en de aftrekstrategie ook de schatstrategie hadden gebruikt.

Frequentie van strategiegebruik

In een tweede (gesloten) vraag vroegen we aan de deelnemers om aan te geven in hoeveel procent van de gevallen zij een beroep hadden gedaan op (a) de optelstrategie, (b) de aftrekstrategie, (c) de schatstrategie en (d) andere mogelijke strategieën. Voor elke strategie vergeleken we vervolgens het percentage strategiegebruik in beide condities via een *t*-test voor afhankelijke steekproeven. Deze tests wezen uit dat men, zoals verwacht, de aftrekstrategie op een geringer aantal beurten toegepast had in de GC ($M = 38.88\%$) dan in de NC ($M = 45.54\%$), $t(23) = 2.19$, $p = .04$. Voor de optelstrategie observeerden we het tegengestelde patroon ($M = 53.29\%$ en 47.42% voor respectievelijk GC en NC), $t(23) = 2.40$, $p = .02$. Voor de twee andere soorten strategieën stelden we geen verschil tussen beide condities vast.

Locatie van het keerpunt

Met de derde vraag gingen we na of er tussen beide condities een verschil was wat betreft het aantal blokjes waarop de deelnemers, naar eigen zeggen, waren overgeschakeld op de aftrekstrategie. Daarom vroegen we hen in beide condities om op een getallenlijn gaande van 1 tot 49 aan te duiden waar hun “keerpunt” zou liggen. Hieruit bleek dat men dit keerpunt in de GC ($M = 32.79$) op een significant groter aantal blokjes lokaliseerde dan in de NC ($M = 28.63$), $t(23) = 4.10$, $p = .0004$.

Verschillen tussen condities

Op het einde van de tweede conditie vroegen we de deelnemers of ze de taak in beide condities op een verschillende wijze hadden aanpak. Alle deelnemers rapporteerden dat dit inderdaad het geval was. Vervolgens vroegen we hen op welke wijze ze anders hadden gewerkt in de ene conditie ten opzichte van de

andere. Tweeënvertig percent van de deelnemers wees erop dat ze in de NC bij gebruik van de aftrekstrategie het anker niet telkens opnieuw dienden te bepalen. Drieëndertig percent rapporteerde dat ze de schatstrategie meer hadden gebruikt in de GC dan in de NC, terwijl slechts 8% het tegendeel verklaarde. De overige antwoorden werden ondergebracht in een restcategorie.

In een derde vraag werd nagegaan waarom ze in de ene conditie anders hadden gehandeld dan in de andere. Negenenzeventig percent van de deelnemers verantwoordde het verschil in strategiegebruik tussen de beide condities door erop te wijzen dat de NC slechts een enkel rooster bevatte, terwijl het rooster in de GC continu van omvang veranderde.

Tot slot vroegen we de deelnemers om aan te geven welke conditie volgens hen het gemakkelijkst was. Zesennegentig percent van de deelnemers antwoordde dat de NC het eenvoudigst was, terwijl slechts 4% het tegendeel beweerde.

4 Besluit

Met de huidige studie wilden we onderzoeken of de diversiteit in de roostergroottes een invloed heeft op het strategiegebruik van vaardige oplossters bij het bepalen van aantallen die aangeboden worden in rechthoekige roosters. Indien dit inderdaad het geval is, dan vormt dit een overtuigend bijkomend bewijs dat vaardige oplossters adaptief zijn in hun strategiegebruik. Om dit te onderzoeken ontwierpen we een experiment waarbij we bij een groep volwassen proefpersonen de diversiteit in roostergroottes manipuleerden. Dit leidde tot twee condities: een niet-gemengde conditie (NC) waarbij alle aantallen blokjes in hetzelfde rooster werden gepresenteerd en een gemengde conditie (GC) waarbij de blokjes in roosters van steeds wisselende grootte werden getoond.

De basishypothese luidde dat de toepassing van de “handige” aftrekstrategie in de NC gemakkelijker zou zijn dan in de GC en dat dit tot uiting zou komen in verscheidene prestatievariabelen. De onderliggende assumptie was dat men in de NC het totaal aan-

tal vakjes in het rooster slechts eenmaal dient te bepalen om de aftrekstrategie tijdens de hele sessie correct te kunnen uitvoeren, terwijl men daarvoor in de GC het anker bij elk item opnieuw moet bepalen. Uit deze basis-hypothese werden drie predicties afgeleid, die getoetst werden aan de hand van reactie-tijd- en foutgegevens. Een interview op het einde van elke sessie stelde ons bovendien in staat om na te gaan in welke mate men zich bewust is van (a) de strategieën die men gebruikt en (b) het feit dat men zijn strategieën aanpast in functie van de taakkenmerken.

Ten eerste verwachtten we dat men vanaf een groter aantal blokjes zou overstappen op de aftrekstrategie in de GC dan in de NC. Een vergelijking van de keerpunten in de individuele reactietijdpatronen uit beide condities bevestigde deze predictie.

Ten tweede voorspelden we dat de uitvoeringsduur van de aftrekstrategie groter zou zijn in de GC dan in de NC, terwijl de duur van de optelstrategie niet zou verschillen tussen beide condities. Een vergelijking van de gemiddelde reactietijden van beide strategieën onder beide condities bevestigde deze tweede predictie.

Ten derde stelden we dat de afwijkingen bij gebruikmaking van de aftrekstrategie groter zouden zijn in de GC dan in de NC, terwijl er geen verschil zou zijn tussen beide condities wat betreft de afwijkingen bij de Optelstrategie. Ook deze predictie werd bevestigd na een vergelijking van de afwijkingen bij beide strategieën onder de twee condities.

De interviewgegevens convergeerden sterk met de experimentele data. Ze suggererden dat de deelnemers zich na de experimentele afname in meerdere opzichten bewust waren van (het adaptief karakter van) hun strategiegebruik. Meer specifiek bleken de deelnemers in staat te zijn om achteraf aan te geven welke strategieën zij gebruikt hadden en hoe frequent ze elke strategie hadden toegepast. Bovendien waren de meesten zich achteraf ook bewust van het verschil in taakkenmerken in beide condities en bleken zij in staat om aan te geven hoe en waarom ze hun strategiegebruik aan deze taakkenmerken hadden aangepast.

De resultaten van de huidige studie kun-

nen geïnterpreteerd worden in termen van het conceptueel kader van Lemaire en Siegler (1995) betreffende de vier dimensies van strategiegebruik. Zoals reeds vermeld, werd dit theoretisch kader in de eerste plaats ontworpen om mogelijke ontwikkelingen in het strategiegebruik te onderzoeken. Hiertoe vergeleek men het strategiegebruik van verschillende leeftijdsgroepen of van eenzelfde groep op verschillende tijdstippen op elk van deze dimensies. Onze studie wijst uit dat dit kader niet enkel bruikbaar is om ontwikkelingen in strategiegebruik op te sporen, maar ook om verschillen in strategiegebruik tussen verschillende condities te onderzoeken. De toepassing ervan op de resultaten van dit experiment leidt tot de volgende overeenkomsten en verschillen tussen beide condities.

Wanneer we naar de eerste dimensie kijken, het *repertoire* van gebruikte strategieën, dan stellen we geen verschil vast tussen beide condities. Uit zowel de experimentele data als uit de interviewgegevens komt naar voren dat men in beide condities hoofdzakelijk de optel- en de aftrekstrategie gebruikt heeft.

Wat de tweede dimensie betreft, de *frequentie* waarmee elk van de strategieën wordt toegepast, bemerken we een verschil tussen beide condities. De data betreffende de keerpunten evenals de verbale protocollen wijzen uit dat men de aftrekstrategie op een groter aantal beurten gebruikt in de NC dan in de GC, terwijl we voor de optelstrategie een tegengesteld patroon observeren.

De derde dimensie betreft de *efficiëntie* waarmee elk van de strategieën wordt uitgevoerd. Volgens Lemaire en Siegler (1995) kan de efficiëntie van een strategie gemeten worden aan de hand van twee variabelen, namelijk de snelheid waarmee ze wordt uitgevoerd en haar accuraatheid. Voor de optelstrategie vonden we geen verschil tussen beide condities m.b.t. deze variabelen. Voor de aftrekstrategie daarentegen, observeerden we dat dezelfde items sneller en accurater werden opgelost in de NC dan in de GC.

De vierde en laatste dimensie handelt over de *adaptiviteit* waarmee de strategieën gekozen worden. Uit de vaststellingen dat de toepassing van de onderscheiden strategieën over de verschillende beurten in de lijn lag van de verwachtingen op basis van de ratio-

nele taakanalyse en dat de deelnemers aan de huidige studie hun strategiegebruik aanpassen in functie van de taakkenmerken, kunnen we afleiden dat er in beide condities sprake was van adaptief strategiegebruik.

De gevolgde onderzoeksmethode staat ons echter niet toe om de adaptiviteit van de strategiekeuzen volledig te doorgronden. Zij staat enkel toe te onderzoeken of subjecten hun strategiegebruik aanpassen aan bepaalde taak- en/of omgevingskenmerken. Een middel om tot een fijnere maat van adaptiviteit te komen, waarbij tevens rekening gehouden wordt met de snelheid en de efficiëntie waarmee elk subject de verschillende alternatieve strategieën kan uitvoeren, is de zogenaamde 'choice/no-choice'-methode (Siegler & Le-maire, 1997). Voor een beschrijving van deze methode verwijzen we naar de bijdrage van Torbeyns, Verschaffel en Ghesquière (2002) aan dit themanummer. Een recente studie waarin de bruikbaarheid van deze methode in het taakgebied van het schatten van aantallen wordt nagegaan, is te vinden in Luwel, Verschaffel, Onghena en De Corte (2002a).

In onderhavige studie werd het taakkenmerk *diversiteit qua roostergroottes* gemanipuleerd. Daarnaast komen echter ook nog andere taakkenmerken in aanmerking om het strategiegebruik bij het schatten van aantallen in roosters, en met name de overstap naar de handige aftrekstrategie, verder te onttrafelen. In verband hiermee verwijzen we naar een ander recent onderzoek, dat qua opzet erg lijkt op onderhavige studie, maar waarin het effect van de *vorm* van de roosters (allemaal rechthoekige versus allemaal vierkante) op de schatstrategieën en -prestaties is nagegaan (Luwel, Verschaffel, Onghena & De Corte, 2002b).

Naast taakkenmerken, zijn - zoals in de inleiding beklemtoond - ook allerlei persoonskenmerken van invloed op de strategiekeuze en -uitvoering. Met uitzondering van het kenmerk *leeftijd* (Verschaffel e.a., 1997), hebben we daarover nog geen onderzoek verricht. Het zou echter interessant zijn om na te gaan in hoeverre het strategiegebruik bij, en de prestaties op deze schattaak, en met name de overstap naar de handige aftrekstrategie, samenhangt met de beheersing van rekenspecifieke kenniselementen en vaardigheden die

deel uitmaken van deze handige strategie (bijv. tafels van vermenigvuldiging, hoofdrekenend aftrekken), met bepaalde metacognitieve kenniselementen en vaardigheden of met bepaalde motivationele variabelen, enz. Daarnaast zou men ook de invloed kunnen nagaan van bepaalde kenmerken van het rekenonderwijs op de strategieën die leerlingen gebruiken bij het schatten van aantallen en op de flexibiliteit en het succes waarmee dit gebeurt. Een voor de hand liggende veronderstelling is dat leerlingen die onderwijs gekregen hebben waarin veel aandacht besteed is aan handig en flexibel tellen, rekenen en schatten, de schattaak uit onderhavig onderzoek anders c.q. beter zullen uitvoeren dan leerlingen die rekenonderwijs achter de rug hebben waarin handig en flexibel leren werken geen prioritaire doelstelling is.

Ten slotte zou men, via de omvorming van de schattaak tot een leertaak, ook onderzoek kunnen doen naar de manier waarop bepaalde aspecten van het strategiegebruik (zoals de ontdekking van de aftrekstrategie, de toename in de frequentie en in de adaptiviteit van het gebruik ervan) bij individuen tot ontwikkeling komen, en naar de invloed van bepaalde omgevings- en bepaalde persoonskenmerken daarop. Zo zou men het effect kunnen nagaan van de samenstelling van de itemset of van de volgorde van de items in de set (tijdens een of meerdere sessies) op de ontwikkeling van het strategiegebruik bij de leerlingen (Beishuizen, persoonlijke mededeling). Vertrekkende van het concept *onvermogen tot impliciet leren* (Ruijssenaars, 1992) dat kenmerkend is voor zwakke rekenaars, zou men de taak kunnen gebruiken om na te gaan of kinderen met leerproblemen inderdaad minder vaardig zijn in het afleiden van strategieën die impliciet in de taakomgeving vervat zitten dan normaalvorderende leerlingen.

Noten

- 1 Deze studie kwam tot stand via subsidiëring G. 0157.98 van het Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek - Vlaanderen.
- 2 De auteurs danken Anja Beckers en Ellen Delmotte voor hun hulp bij de dataverzameling, evenals Dirk Vanstraelen voor de aanpassing van de software voor het presenteren van de stimuli en het registreren van de data.
- 3 We kozen voor volwassenen in plaats van kinderen omdat uit vorige studies is gebleken dat de reactietijdpatronen van kinderen nogal wat "ruis" bevatten, terwijl dit bij volwassenen veel minder het geval is. Vermits we in het huidige onderzoek op zoek gingen naar zeer subtiele verschillen, was het belangrijk om voldoende "ruisvrije" data-patronen te bekomen.
- 4 We besloten om enkel de gegevens betreffende de aantallen die de eerste keer werden gepresenteerd in de NC in de analyse op te nemen in plaats van de data van beide presentaties te middelen. Op deze wijze waren we in staat om mogelijke oefeneffecten onder controle te houden.
- 5 Hierbij werd een onderscheid gemaakt tussen twee soorten uitschieters: (1) Omkeringsfouten, die ontstaan doordat men op het einde van het oplossingsproces vergeten is of men nu de optel-, danwel de aftrekstrategie aan het toepassen is, hetgeen leidt tot antwoorden die eerder in de buurt liggen van het aantal lege vakjes dan van het aantal groene blokjes. (2) Extreme fouten, die op zijn minst 90 blokjes afwijken van het werkelijk aantal blokjes, bijvoorbeeld doordat de proefleider het antwoord van een subject foutief heeft ingetikt (112 i.p.v. 12).
- 6 Om er zeker van te zijn dat alle items die in onze analyse betrokken werden naar dezelfde strategie verwezen, zochten we in beide condities tegelijk naar dat subject waarvan het keerpunt lag op het kleinste aantal blokjes (d.i. 17) en dat subject met een keerpunt gelokaliseerd op het grootste aantal blokjes (d.i. 40). Vervolgens berekenen we voor elke deelnemer de gemiddelde reactietijd voor alle beurten kleiner dan 17 (d.i. de gemiddelde reactietijd voor de optelstrategie-tot-17) en de gemiddelde reactietijd voor alle beurten groter dan 40 (d.i. de gemiddelde reactietijd voor de aftrekstrategie-vanaf-40). Dit resulteerde in vier gemiddelde reactietijden die in de variantie-analyse werden opgenomen.

Literatuur

- Beem, A. L., (1993). *Segcurve: A program for fitting two-phase segmented curve models with an unknown change point* [Program manual]. Leiden, The Netherlands: Leiden University, Educational Computing Research Unit.
- Beem, A. L., (1995). A program for fitting two-phase segmented curve models with an unknown change point, with an application to the analysis of strategy shifts in a cognitive task. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 27, 392-399.
- De Corte, E. (1996). Instructional psychology: Overview. In E. De Corte, & F. Weinert (Eds.), *International encyclopedia of developmental and instructional psychology* (pp. 33-42). Oxford: Pergamon.
- Ippel, M. J., & Beem, A. L. (1987). A theory of antagonistic strategies. In E. De Corte, H. Lodewijks, R. Parmentier, & P. Span (Eds.), *Learning and instruction: European research in an international context: Vol. 1* (pp. 111-121). Leuven: University Press.
- Kuhn, D., & Phelps, E. (1982). The development of problem-solving strategies. In H. W. Reese (Ed.), *Advances in child development and behavior*. (Vol. 17, pp. 1-44). New York: Academic Press.
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124, 83-97.
- Luwel, K., Beem, A. L., Onghena, P., & Verschaffel, L. (2001). Using segmented linear regression models with unknown change points to analyze strategy shifts in cognitive tasks. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 33, 470-478.
- Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P., & De Corte, E. (2001a). Ontwikkeling van strategieën van kinderen voor het bepalen van hoeveelheden in verschillende roostergroottes. *Pedagogische Studiën*, 78, 56-66.
- Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P., & De Corte, E. (2001b). Strategic aspects of children's numerosity judgement. *European Journal of Psychology of Education*, 16, 233-255.
- Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P., & De Corte, E. (2002a). *Analyzing the adaptiveness of strategy choices using the choice/no-choice method: The case of numerosity judgement strategies*. Manuscript ingediend voor publicatie.

Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P., & De Corte, E. (2002b). *Flexibility in strategy use: Adaptation of numerosity judgement strategies to task characteristics*. Manuscript ingediend voor publicatie.

Marsh, G., Friedman, M., Welch, V., & Desberg, P. (1980). The development of strategies in spelling. In U. Frith (Ed.), *Cognitive processes in spelling* (pp. 339-354). London: Academic Press.

McGilly, K., & Siegler, R. S., (1990). The influence of encoding and strategic knowledge on children's choices among serial recall strategies. *Developmental Psychology*, 26, 931-941.

Payne, J. W., Bettman, J. R., & Johnson, J. R. (1993). *The adaptive decision maker*. Cambridge: University Press.

Ruijsenaars, A.J.J.M. (1992). *Rekenproblemen: Theorie, diagnostiek en behandeling*. Rotterdam: Lemniscaat.

Siegler, R. S. (1987). Strategy choices in subtraction. In J.A. Sloboda, & D. Rogers (Eds.), *Cognitive processes in mathematics* (pp. 81-106). Oxford: Clarendon Press.

Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press.

Siegler, R. S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adult's strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126, 71-92.

Siegler, R. S., & McGilly, K. (1989). Strategy choices in children's time-telling. In I. Levin, & D. Zakay (Eds.), *Time and human cognition: A life-span perspective* (pp. 185-218). Amsterdam: North-Holland.

Siegler, R. S., & Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. In H. W. Reese, & L. P. Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior* (Vol. 16, pp. 241-312). New York: Academic Press.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.371-389). New York: Macmillan.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2002). *Efficiëntie en adaptiviteit van strategiegebruik bij elementaire rekensommen bestudeerd via de 'choice/no-choice'-methode*. Manuscript ingediend voor publicatie.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., Buys, K., & Treffers, A.(2000). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen annex leerlijnen. Hele getallen. Bovenbouw ba-*

sissschool. Utrecht: Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.

Verschaffel, L., & De Corte, E. (1996). Number and arithmetic. In A. Bishop, K. Clements, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education: Part 1* (pp. 99-137). Dordrecht: Kluwer.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lamote, C., & Dhert, N. (1997). Ontwikkeling van een adaptieve aanpakstrategie voor het schatten van hoeveelheden. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 22, 57-81.

Manuscript aanvaard: 30 november 2001

Auteurs

Koen Luwel is als doctoraatstudent verbonden aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de Katholieke Universiteit Leuven

Lieven Verschaffel is als gewoon hoogleraar verbonden aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de Katholieke Universiteit Leuven

Patrick Onghena is als hoogleraar verbonden aan het Centrum voor Methodologie van het Empirisch Pedagogisch Onderzoek van de Katholieke Universiteit Leuven

Erik De Corte is als gewoon hoogleraar verbonden aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de Katholieke Universiteit Leuven

Correspondentieadres: Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie, K.U. Leuven, Vesaliusstraat 2, B-3000 Leuven, België, e-mail: koen.luwel@ped.kuleuven.ac.be

Abstract

Adaptive use of numerosity judgement strategies: the influence of task characteristics

In previous studies we documented that people use several strategies to determine numerosities of blocks that are presented in a square grid. One of these strategies is the clever subtraction strategy wherein the number of empty squares in the grid is

subtracted from the total number of squares in the grid. In the present study, we investigated the adaptiveness in strategy use as a function of the diversity of grid sizes. Analyses of different kinds of data (response times, error rates, and verbal protocols) revealed that, as expected, this diversity affected the frequency, execution time and accuracy of subjects' use of the subtraction strategy. This study also allowed us to test the usefulness of the theoretical framework of Lemaire and Siegler (1995) regarding strategic change for unraveling differences in strategy use under different conditions.