

Ontwikkeling van strategieën van kinderen voor het bepalen van hoeveelheden in verschillende roostergroottes

K. Luwel, L. Verschaffel, P. Onghena, en E. De Corte¹

Samenvatting

In deze studie onderzochten we de ontwikkeling van het strategiegebruik van kinderen voor het bepalen van hoeveelheden vanuit het theoretisch perspectief van "strategic change" (Lemaire & Siegler, 1995). Meer bepaald analyseerden we het strategiegebruik van tweede- en zesdeklassers bij het bepalen van verschillende hoeveelheden gekleurde blokjes aangeboden in 3 vierkante roosters van verschillende grootte. Daarenboven gingen we de invloed van informatie omtrent de omvang van een rooster op dit strategiegebruik na. Hiertoe boden we de helft van de leerlingen informatie over de roostergrootte aan, terwijl de andere helft hierover geen informatie ontving. Convergerend bewijs vanuit verschillende soorten data (vooral reactietijden en foutenafwijkingen) toont aan dat 3 strategieën voor het bepalen van aantallen gebruikt werden: (a) het herhaald optellen van groepen blokjes, (b) het aantal lege vakjes aftrekken van het totaal aantal vakjes dat in het rooster vervat zit en, (c) het snel en ruwweg schatten van het aantal blokjes. Het verschaffen van informatie omtrent de roosteromvang had een gunstige invloed op de toepassing van de aftrekstrategie. Methodologisch gezien demonstreert deze studie het potentieel van Beems (1993, 1995, 1999) twee- en driefasig segmentatiemodel voor het detecteren van verschillende strategieën in cognitieve taken.

brede reeks van domeinen, zoals het oplossen van eenvoudige optellingen (Siegler & Robinson, 1982) en aftrekkingen (Siegler, 1987), het memoriseren van losse gegevens (McGilly & Siegler, 1990) en spellen (Marsh, Friedman, Welch & Desberg, 1980). Uit deze studies is gebleken dat kinderen hun strategiegebruik weten aan te passen aan inherente taakkenmerken, zoals de moeilijkheidsgraad van het item, en/of aan situationele eisen, zoals de noodzaak om snel te antwoorden.

Mede op basis van de resultaten van deze studies, ontwikkelden Lemaire en Siegler (1995) een model waarin onderscheid gemaakt wordt tussen vier dimensies van "strategische competentie": (a) het repertoire van strategieën waarover men beschikt, (b) de relatieve frequentie waarmee men elk van de beschikbare strategieën toepast, (c) de snelheid en de accuraatheid waarmee de verschillende strategieën uitgevoerd worden en (d) de adaptiviteit van de strategiekeuze, dat wil zeggen de doeltreffendheid waarmee men de beschikbare strategieën inzet in functie van specifieke taak- en situatiekenmerken. Volgens dit model kunnen veranderingen in elk van deze vier dimensies aanzienlijke prestatieverbeteringen opleveren.

Recent onderzochten Verschaffel, De Corte, Lamote en Dhert (1997) het strategiegebruik van subjecten in een taakomgeving die nog niet eerder bestudeerd was vanuit het perspectief van "strategic change", namelijk het bepalen van aantallen gekleurde blokjes aangeboden in een vierkant rooster. In die studie werd aan tweedeklassers, zesdeklassers en universiteitsstudenten gevraagd om 100 verschillende aantallen blokjes te bepalen die werden aangeboden in een vierkant rooster van 10 x 10 vakjes. De centrale onderzoeksvraag betrof de ontwikkeling van de zogenaamde aftrekstrategie, waarbij -

1. Inleiding

Onderzoek over de ontwikkeling van het strategiegebruik heeft aangetoond dat kinderen reeds op jonge leeftijd een variëteit van strategieën gebruiken bij het oplossen van een bepaalde taak. Deze variatie in strategiegebruik bij kinderen werd aangetroffen in een

plaats van het aantal gegeven blokjes al optellend te bepalen (= optelstrategie) - het aantal lege vakjes wordt afgetrokken van het totaal aantal vakjes waaruit het rooster bestaat (= aftrekstrategie). Met name bij beurten waarbij er (veel) meer blokjes zijn dan lege vakjes is dit een erg efficiënte strategie. Om te achterhalen of de aftrekstrategie gebruikt werd, bepaalden Verschaffel e.a. (1997) de "fit" van de individuele patronen van reactietijden bij alle 100 beurten (geordend van aantal 1 tot 100) met enerzijds een lineair regressiemodel en anderzijds Beems (1993, 1995) tweefasig segmentatiemodel voor kurven met een onbekend keerpunt. Een hoge "fit" met een lineair regressiemodel werd beschouwd als een indicatie voor het (exclusief) gebruik van de optelstrategie, terwijl een hoge "fit" met het tweefasig segmentatiemodel als evidentie voor het gecombineerd gebruik van de optel- en de aftrekstrategie werd beschouwd. De resultaten ondersteunden de verwachte toename van het (adaptief) gebruik van de aftrekstrategie met de leeftijd. Toch ontdekten Verschaffel e.a. al duidelijke sporen van het gebruik van de aftrekstrategie bij de meeste tweedeklassers. Verschaffel e.a. interpreteerden dit als evidentie dat de geconstateerde prestatieverschillen tussen de drie leeftijdsgroepen niet zozeer het gevolg waren van verschillen in het repertoire van strategieën, maar veeleer in de frequentie, de accuraatheid en de adaptiviteit waarmee deze strategieën gebruikt werden in de diverse leeftijdsgroepen.

Een eerste bedoeling van onderhavige studie was na te gaan of de bevindingen van Verschaffel e.a. (1997) omtrent de ontwikkeling van de aftrekstrategie bij het 10 x 10 rooster, te repliceren waren bij andere roostergroottes waar het voordeel dat te behalen valt uit het gebruik van de aftrekstrategie (in termen van snelheid en accuraatheid) beduidend minder groot en minder evident is.

Ten tweede, omdat we ervan uitgingen dat een betekenisvol aantal leerlingen - vooral uit de jongste leeftijdscategorie - problemen zou hebben met het bepalen van de totale roostergrootte bij deze andere roostergroottes, gaven we de ene helft van de leerlingen bij elke beurt informatie over de omvang van het rooster, terwijl de andere helft hierover geen

informatie kreeg. Op die manier konden we het effect nagaan van het verschaffen van informatie omtrent de roostergrootte op het (correct) gebruik van de aftrekstrategie, in het bijzonder in de jongste leeftijdsgroep.

Ten derde, in de reactietijdpatronen van nogal wat subjecten vonden Verschaffel e.a. (1997) aanwijzingen dat zij nog een andere strategie dan de bovenvermelde optel- en/of aftrekstrategie hadden gebruikt, met name bij de beurten uit het zogenaamde middengebied (= beurten met zowel veel blokjes als veel lege hokjes). Kenmerkend voor deze onverwachte alternatieve strategie is dat zij leidt tot relatief onnauwkeurige antwoorden en dat de duur ervan - in tegenstelling tot bij de optel- en de aftrekstrategie - nauwelijks beïnvloed wordt door de feitelijke hoeveelheid te bepalen blokjes. Naar analogie van onder andere Klahr en Wallace (1973) noemen we deze strategie de schatstrategie. Het voorkomen ervan leidde tot ernstige problemen bij de statistische analyse van de reactietijden, aangezien Beems (1993, 1995) programma voor de analyse van tweefasige segmentatiecurves slechts één strategieverandering toelaat, terwijl er bij gebruikmaking van de drie soorten strategieën (nl. de optel-, de schat- en de aftrekstrategie) sprake is van twee strategieveranderingen. De beschikbaarheid van een driefasig segmentatiemodel dat toelaat om curves met twee onbekende keerpunten te analyseren (Beem, 1999), bood de mogelijkheid om een meer uitgebreide set van hypothetische reactietijdpatronen te toetsen, inclusief patronen met twee strategieveranderingen.

2. Methode

2.1 Deelnemers

Negenenvijftig tweedeklassers (7-8 jaar oud) en 50 zesdeklassers (11-12 jaar oud) namen deel aan de studie. Zowel de tweede- als de zesdeklassers waren afkomstig uit verschillende klassen van diverse willekeurig gekozen Vlaamse scholen. Uit elke klas werden evenveel sterke als zwakke leerlingen geselecteerd. Verder waren beide geslachten ongeveer evenredig vertegenwoordigd.

2.2 Materiaal

De taak werd gepresenteerd via de computer. De stimuli bestonden uit vierkante roosters samengesteld uit ofwel 7 x 7, 8 x 8 of 9 x 9 vierkante hokjes. Deze hokjes konden ofwel “aan” (d.w.z. gevuld met een groen gekleurd blokje) of “uit” (d.w.z. leeg) zijn.

2.3 Procedure

De leerlingen uit beide leeftijdsgroepen werden “at random” toegewezen aan één van beide informatiecondities. Elke leerling werd individueel getest tijdens drie aparte sessies (een rooster-grootte per sessie). De volgorde van de sessies werd gecontrabalanceerd. Afhankelijk van de rooster-grootte kregen de leerlingen een verschillend aantal trials aangeboden, namelijk respectievelijk 49, 64 en 81 trials. Voorafgaand aan elke sessie doorliepen de leerlingen telkens 10 oefenbeurten. Zowel de opeenvolging van de stimuli als de plaats van de blokjes in het rooster werd door de computer gerandomiseerd.

In de geïnformeerde conditie verscheen er voor elke beurt een getal op het scherm dat de totale rooster-grootte aanduidde. In de niet-geïnformeerde conditie bleef dit getal achterwege.

Iedere stimulus werd gedurende maximum 20 seconden gepresenteerd. Zodra de leerling begon te antwoorden, drukte de proefleider op een toets, waarna de klok meteen werd stilgezet en het scherm leeggemaakt. Er verscheen een nieuw scherm waarop de proefleider het gegeven antwoord ingaf via het numerieke toetsenbord. Wanneer de leerling geen antwoord gaf binnen de 20 seconden, werd het scherm automatisch leeggemaakt en vroeg de proefleider de leerling om toch een antwoord te geven. Nadat de proefleider het antwoord had ingegeven, verscheen een nieuwe stimulus op het scherm.

en met de absolute afwijking van het gegeven antwoord ten opzichte van het werkelijk aantal blokjes als afhankelijke variabele³.

Er was een hoofdeffect van leerjaar: de gemiddelde absolute afwijkingen van de tweedeklassers ($M = 6.26$) waren significant groter dan die van de zesdeklassers ($M = 2.37$), $F(1, 105) = 34.19$, $p < .0001$. Er was ook een hoofdeffect van informatie: de gemiddelde absolute afwijking in de niet-geïnformeerde conditie ($M = 6.16$) was significant groter dan deze in de geïnformeerde conditie ($M = 2.47$), $F(1, 105) = 30.93$, $p < .0001$. Ten slotte was er een significant interactie-effect tussen leerjaar en informatie, $F(1, 105) = 8.00$; $p = .006$. Waar er in de niet-geïnformeerde conditie een significant verschil was tussen de gemiddelde absolute afwijking van de tweedeklassers ($M = 9.04$) en de zesdeklassers ($M = 3.28$), $p = .0001$, was dit niet langer het geval in de geïnformeerde conditie (M 's: 3.47 en 1.47).

Samengevat: de zesdeklassers waren enkel accurater dan de tweedeklassers wanneer zij geen informatie omtrent de rooster-grootte kregen. Werde deze informatie wel verschaft, dan waren beide leeftijdsgroepen even accuraat in het bepalen van aantallen.

3.2 (Correct) gebruik van de aftrekstrategie

In een eerste poging om erachter te komen of een leerling de aftrekstrategie toegepast had bij een gegeven rooster-grootte, zoemden we in op zijn of haar antwoorden op de vijf beurten met het grootste aantal blokjes. Voor het 8 x 8 rooster bijvoorbeeld waren dit de trials met 60, 61, 62, 63 en 64 blokjes. Als binnen dit interval minstens tweemaal dezelfde afwijking (inclusief een afwijking van 0) voorkwam, werd aangenomen dat deze leerling minstens twee keer afgetrokken had van eenzelfde totaal en bijgevolg in elk geval blijk had gegeven van toepassing van de aftrekstrategie voor het betreffende rooster. Terwijl het voorkomen van (minstens twee) identieke afwijkingen gebruikt werd om te beslissen of een leerling de aftrekstrategie al dan niet had toegepast, werd de *grootte* van de afwijking gebruikt om te beslissen of de leerling deze aftrekstrategie *correct* toegepast had, en meer bepaald of hij/zij afgetrokken had van het

3. Resultaten²

3.1 Accuraatheid

We voerden een variantie-analyse uit met leerjaar en informatie als onafhankelijke “between-subjects” variabelen en rooster-grootte als onafhankelijke “within-subjects” variabele,

juiste totaal. Als het verschil tussen de gegeven antwoorden en het feitelijk aantal blokjes 0 was, beslisten we dat de leerling afgetrokken had van het *juiste* totaal. Zodra twee van de vijf antwoorden met dezelfde waarde (verschillend van 0) afweken, veronderstelden we dat de leerling minstens twee keer had afgetrokken van een *verkeerd* totaal en categoriseerden we hem of haar bijgevolg als een *incorrecte* aftrekstrategiegebruiker voor het betreffende rooster. Leerlingen die niet minstens bij twee van de vijf grootste beurten dezelfde afwijking bekwamen, werden verondersteld de aftrekstrategie *niet* toegepast te hebben. Zo werden alle tweede- en zesdeklassers uit de beide informatiecondities per roostergrootte ingedeeld in één van de drie bovenvermelde categorieën (zie Tabel 1).

Om het effect van leeftijd, informatie en roostergrootte op het efficiënt gebruik van de aftrekstrategie statistisch te toetsen, voerden we een log-lineaire analyse (Bakeman & Robinson, 1994) met vier factoren (leeftijd, informatie, roostergrootte en gebruik van de aftrekstrategie) uit. Deze analyse resulteerde, zoals verwacht, in een significant hoofdeffect van leeftijd, $G^2(2) = 47.15, p < .001$, en van

informatie, $G^2(12) = 128.42, p < .001$.

Een eerste a posteriori analyse van de aangepaste residuen betrof het hoofdeffect van leeftijd. Deze analyse resulteerde enkel in significante verschillen tussen de beide leeftijdsgroepen in de niet-geïnformeerde conditie. Dat er geen leeftijdsverschillen in de geïnformeerde conditie te vinden waren, was te wijten aan het feit dat *alle* leerlingen uit beide leeftijdsgroepen de aftrekstrategie correct toepasten in deze conditie. In de conditie zonder informatie bleken bij elk van de drie roostergroottes significant meer zesdeklassers dan tweedeklassers de aftrekstrategie correct toe te passen ($z = 2.81, 70\%$ vs. 36% voor 7×7 ; $z = 4.91, 80\%$ vs. 21% voor 8×8 en $z = 4.54, 83\%$ vs. 28% voor 9×9). Wat het foutief toepassen van de aftrekstrategie betreft, vonden we voor elk van de drie roostergroottes een omgekeerd patroon ($z = 2.19, 30\%$ vs. 56% voor 7×7 ; $z = 3.94, 17\%$ vs. 64% voor 8×8 en $z = 3.66, 14\%$ vs. 56% voor 9×9). Waarschijnlijk was het foutief toepassen van de aftrekstrategie door de tweedeklassers in de niet-geïnformeerde conditie hieraan te wijten dat deze leerlingen de typische roosterstructuur uit de experimentele taak associeerden met het zogenaamde

Tabel 1

Proporties (en aantallen) geïnformeerde en niet-geïnformeerde tweede- en zesdeklassers die de aftrekstrategie niet, correct en foutief toepassen bij elk van de drie roostergroottes

Rooster	Gebruik van de aftrekstrategie		
	Geen	Correct	Foutief
Niet-geïnformeerde tweedeklassers			
7 x 7	0.08 (n = 3)	0.36 (n = 14)	0.56 (n = 22)
8 x 8	0.15 (n = 6)	0.21 (n = 8)	0.64 (n = 25)
9 x 9	0.15 (n = 6)	0.28 (n = 11)	0.56 (n = 22)
Geïnformeerde tweedeklassers			
7 x 7	0.00 (n = 0)	1.00 (n = 20)	0.00 (n = 0)
8 x 8	0.00 (n = 0)	1.00 (n = 20)	0.00 (n = 0)
9 x 9	0.00 (n = 0)	1.00 (n = 20)	0.00 (n = 0)
Niet-geïnformeerde zesdeklassers			
7 x 7	0.00 (n = 0)	0.70 (n = 21)	0.30 (n = 9)
8 x 8	0.03 (n = 1)	0.80 (n = 24)	0.17 (n = 5)
9 x 9	0.03 (n = 1)	0.83 (n = 25)	0.14 (n = 4)
Geïnformeerde zesdeklassers			
7 x 7	0.00 (n = 0)	1.00 (n = 20)	0.00 (n = 0)
8 x 8	0.00 (n = 0)	1.00 (n = 20)	0.00 (n = 0)
9 x 9	0.00 (n = 0)	1.00 (n = 20)	0.00 (n = 0)

honderdveld, een didactisch model dat in het tweede leerjaar van het Vlaamse basisonderwijs veelvuldig gebruikt wordt bij de verkenning van het getallengebied tussen 20 en 100. Uit de kwalitatieve foutenanalyse bleek inderdaad dat de meeste tweedeklassers die de aftrekstrategie foutief toepasten, van een totaal van 100 aftrokken (gemiddeld 61% voor de drie roostergroottes samen).

De a posteriori analyse van de aangepaste residuen met betrekking tot het hoofdeffect van informatie wees uit dat er voor de drie roostergroottes significant meer tweedeklassers de aftrekstrategie correct hanteerden in de geïnformeerde dan in de niet-geïnformeerde conditie ($z = 4.72$, 100% vs. 36% voor 7×7 ; $z = 5.79$, 100% vs. 28% voor 8×8 en $z = 5.23$, 100% vs. 28% voor 9×9). Voor het foutief toepassen van de aftrekstrategie gold een omgekeerd patroon ($z = 4.24$, 0% vs. 56% voor 7×7 ; $z = 4.72$, 0% vs. 64% voor 8×8 en $z = 4.24$, 0% vs. 56% voor 9×9). Bij de zesdeklassers was het effect van informatie veel minder uitgesproken: enkel voor het 7×7 en 8×8 rooster waren er significant meer zesdeklassers die de aftrekstrategie correct hanteerden in de geïnformeerde dan in de niet-geïnformeerde conditie ($z = 2.71$, 100% vs. 70% voor 7×7 en $z = 2.13$, 100% vs. 80% voor 8×8). Wat het foutief gebruik van de aftrekstrategie betreft, waren enkel voor het 7×7 rooster significant minder zesdeklassers die de aftrekstrategie foutief toepasten in de geïnformeerde dan in de niet-geïnformeerde conditie ($z = 2.71$, 0% vs. 30%).

3.3 Reactietijdpatronen

Om de verschillende voorspellingen rond onze derde hypothese te testen, onderzochten we de individuele reactietijden van de leerlingen uit de beide condities en uit de twee leeftijdsgroepen bij de drie roostergroottes op hun correspondentie met verschillende hypothetische patronen (zie verder). Dit deden we aan de hand van drie types regressiemodellen: een lineair model, een tweefasig en een driefasig segmentatiemodel.

In de welbekende lineaire regressiemodellen wordt de relatie tussen de onafhankelijke variabele (x) en de afhankelijke variabele (y) beschreven door een regressievergelijking van de vorm $y = a + bx + e$. De parameters a

en b , die geschat moeten worden, verwijzen naar het intercept en de helling van de regressielijn, terwijl e verwijst naar de foutenterm.

De twee- en driefasige segmentatiemodellen zijn minder bekend en worden minder gebruikt, alhoewel Beem (1993, 1995, 1999) ze erg geschikt acht voor de studie van strategieveranderingen. Zoals de naam “ n -fasige segmentatiecurve” aangeeft, wordt de relatie tussen de afhankelijke en de onafhankelijke variabele niet beschreven door één, maar door n regressielijnen, die elk betrekking hebben op een ander bereik van de afhankelijke variabele. De tweefasige segmentatiecurve kan formeel geschreven worden als:

$$y = a_1 + b_1x + e \quad (x \leq s)$$

$$y = a_2 + b_2x + e \quad (x > s)$$

Voor de waarden van de onafhankelijke variabelen tot s wordt de eerste regressievergelijking gebruikt, terwijl voor de waarden groter dan s de tweede vergelijking gebruikt wordt. De parameter s wordt het keerpunt genoemd.

In het driefasig segmentatiemodel wordt de relatie tussen de afhankelijke en de onafhankelijke variabele beschreven door drie regressielijnen in plaats van twee:

$$y = a_1 + b_1x + e \quad (x \leq s_1)$$

$$y = a_2 + b_2x + e \quad (s_1 < x \leq s_2)$$

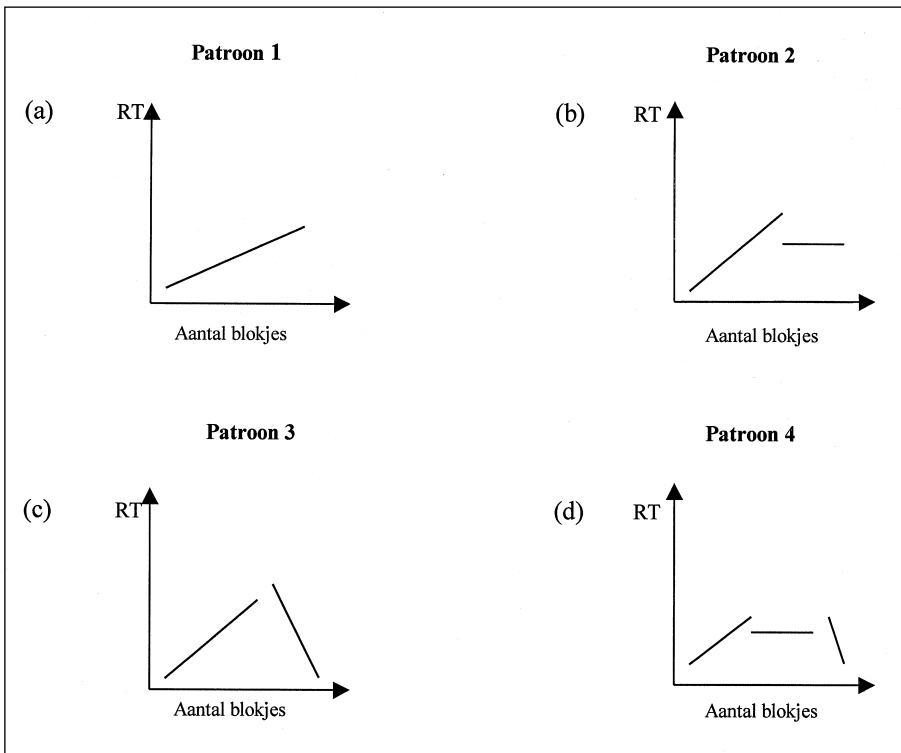
$$y = a_3 + b_3x + e \quad (x > s_2)$$

Volledig analoog aan het tweefasig segmentatiemodel berekent het driefasig segmentatiemodel drie verschillende regressielijnen en maakt een schatting van de twee keerpunten.

Figuur 1 bevat de vier hypothetische reactietijdpatronen die we met behulp van de bovenstaande statistische modellen op hun correspondentie met de feitelijke reactietijdpatronen hebben getoetst.

Wanneer we de vier hypothetische reactietijdpatronen uit Figuur 1 typeren aan de hand van de verschillende parameters van de hierboven beschreven statistische modellen, dan komen we tot de volgende karakterisering:

1. Patroon 1 (enkel optelstrategie): geen keerpunt en de b -parameter is positief.
2. Patroon 2 (eerst optel- en dan schatstrategie): één keerpunt, een positieve b_1 -parameter voor de eerste regressielijn en een b_2 -parameter met een waarde dicht bij 0.



Figuur 1. Hypothetische reactietijdpatronen bij (a) toepassing van de optelstrategie (= Patroon 1), (b) gebruik van optel- en schatstrategie (= Patroon 2) (c) toepassing van de optel- en aftrekstrategie (= Patroon 3) en (d) gebruik van de optel-, schat- en aftrekstrategie (= Patroon 4).

3. Patroon 3 (eerst optel- en dan aftrekstrategie): één keerpunt, een positieve b_1 -parameter en een negatieve b_2 -parameter.
4. Patroon 4 (eerst optel-, dan schat- en tenslotte aftrekstrategie): twee keerpunten, een positieve b_1 -parameter, een b_2 -parameter met een waarde dicht bij 0, en een negatieve b_3 -parameter.

Onze verwachting was dat er meer tweede- dan zesdeklassers zouden zijn met een reactietijdpatroon dat overeenkomt met Patroon 1 (Figuur 1a: voorspeld reactietijdpatroon bij het steevast toepassen van de optelstrategie) en Patroon 2 (Figuur 1b: voorspeld reactietijdpatroon bij toepassing van enkel de optel- en de schatstrategie), terwijl er omgekeerd meer zesde- dan tweedeklassers zouden zijn van wie het patroon van reactietijden overeenkomt met Patroon 3 (Figuur 1c: voorspeld reactietijdpatroon bij gebruik van de optel- en de aftrekstrategie) en met Patroon 4 (Figuur 1d: voorspeld reactietijdpatroon bij

toepassing van de optel-, de schat- en de aftrekstrategie). Verder voorspelden we dat de proportie leerlingen met een reactietijdpatroon dat overeenkomt met Patroon 3 of 4 in de geïnformeerde conditie groter zou zijn dan in de niet-geïnformeerde conditie, met name in de jongste leeftijdsgroep (waar we het grootste effect van het geven van informatie verwachtten). Ten slotte verwachtten we een interactie-effect tussen leeftijd en rooster-grootte. We voorspelden dat het aantal reactietijdpatronen dat wees op het systematisch gebruik van de minder efficiënte schatstrategie (= Patroon 2 en 4) voor de kleinste rooster-grootte (= 7×7) aanzienlijk groter zou zijn voor de tweedeklassers dan voor de zesdeklassers. Naarmate de roosteromvang echter toeneemt zou dit verschil tussen beide leeftijdsgroepen verdwijnen.

Reactietijdpatronen van leerlingen die gewerkt hadden met een incorrecte rooster-grootte (zie Tabel 1), werden niet in de analyse opgenomen, omdat het aftrekken van

een ander totaal resulteert in reactietijden die onvergelijkbaar zijn met reactietijden bekomen bij het aftrekken van een juist totaal. De detectie van de hypothetische patronen in de individuele reactietijdpatronen gebeurde via een stapsgewijze procedure waarbij we alle reactietijdpatronen eerst onderzochten op de aanwezigheid van twee keerpunten (en dus drie strategieën). Indien er geen evidentie was voor de aanwezigheid van twee keerpunten, werd het reactietijdpatroon getest op het voorkomen van een keerpunt. Wanneer ook dit niet het geval was, beslisten we dat de leerling bij dit rooster enkel de optelstrategie (Patroon 1) had toegepast. De patronen met één of twee keerpunten werden onderzocht op de overeenkomst met één van de overige drie hypothetische patronen (Patroon 2, 3 of 4) aan de hand van X^2 -testen (Beem, 1993; 1999) op de b-parameters van de verschillende segmenten. Een gedetailleerde uitleg van deze procedure is te vinden in Luwel, Verschaffel, Onghena en De Corte (2000).

Gemiddeld over de drie verschillende roostergroottes waren er 83 van de 108 in de analyse opgenomen reactietijdpatronen van tweedeklassers (= 77%) en 108 van de 130 reactietijdpatronen van de zesdeklassers (= 83%) die overeen kwamen met één van de vier hypothetische patronen uit Figuur 1.

Tabel 2 toont de verdeling van deze reactietijdpatronen over de vier hypothetische patronen.

Een loglineaire analyse met vier factoren (leeftijd, informatie, roostergrootte en patroontype) werd uitgevoerd op deze verdeling. Deze analyse toonde een significant hoofdeffect van leeftijd, $G2(3) = 35.05$, $p < .0005$, en van informatie, $G2(3) = 55.24$, $p < .0005$.

Een eerste a posteriori analyse van de aangepaste residuen had betrekking op het hoofdeffect van leeftijd. In de niet-geïnformeerde conditie deed dit leeftijdseffect zich enkel voor bij het 7 x 7 en het 8 x 8 rooster. Hier waren er significant meer tweedeklassers dan zesdeklassers waarvan de reactietijdpatronen met Patroon 2 overeenkwamen ($z = 3.22$; 70 % vs. 17% voor 7 x 7 ; $z = 2.97$; 64% vs. 12% voor 8 x 8). Daarenboven waren er bij het 7 x 7 rooster in deze conditie significant meer zesdeklassers dan tweedeklassers die pasten binnen Patroon 3 ($z = 2.44$; 50% vs. 12%). In de geïnformeerde conditie stelden we bij het 7 x 7 en 8 x 8 rooster vast dat er significant meer zesdeklassers dan tweedeklassers waren die pasten binnen Patroon 3 ($z = 2.51$, 71% vs. 23% voor 7 x 7 en $z = 2.33$, 50% vs. 13%). Bij het

Tabel 2

Proporties (en aantallen) geïnformeerde en niet-geïnformeerde tweede- en zesdeklassers met een reactietijdpatroon dat strookt met een van de vier hypothetische patronen per roostergrootte

	Patroon 1	Patroon 2	Patroon 3	Patroon 4
Niet-geïnformeerde tweedeklassers				
7 x 7	0.12 (n = 2)	0.70 (n = 12)	0.12 (n = 2)	0.06 (n = 1)
8 x 8	0.00 (n = 0)	0.64 (n = 7)	0.18 (n = 2)	0.18 (n = 2)
9 x 9	0.21 (n = 3)	0.34 (n = 5)	0.00 (n = 0)	0.43 (n = 6)
Geïnformeerde tweedeklassers				
7 x 7	0.00 (n = 0)	0.00 (n = 0)	0.23 (n = 3)	0.77 (n = 10)
8 x 8	0.00 (n = 0)	0.06 (n = 1)	0.13 (n = 2)	0.81 (n = 13)
9 x 9	0.08 (n = 1)	0.00 (n = 0)	0.08 (n = 1)	0.83 (n = 10)
Niet-geïnformeerde zesdeklassers				
7 x 7	0.05 (n = 1)	0.17 (n = 3)	0.50 (n = 9)	0.28 (n = 5)
8 x 8	0.00 (n = 0)	0.12 (n = 2)	0.44 (n = 8)	0.44 (n = 8)
9 x 9	0.05 (n = 1)	0.36 (n = 5)	0.19 (n = 4)	0.62 (n = 13)
Geïnformeerde zesdeklassers				
7 x 7	0.00 (n = 0)	0.00 (n = 0)	0.71 (n = 10)	0.29 (n = 4)
8 x 8	0.00 (n = 0)	0.00 (n = 0)	0.50 (n = 9)	0.50 (n = 9)
9 x 9	0.00 (n = 0)	0.00 (n = 0)	0.26 (n = 5)	0.74 (n = 14)

7 x 7 rooster in deze conditie stelden we ten slotte vast dat er significant meer tweedeklassers dan zesdeklassers waren met een reactietijdpatroon dat overeenkwam met Patroon 4 ($z = 2.51$, 77% vs. 29%).

Een tweede a posteriori analyse van de aangepaste residuen betrof het hoofdeffect van informatie. Voor elk van de drie rooster-groottes waren er significant minder tweedeklassers in de geïnformeerde conditie dan in de niet-geïnformeerde conditie met een type 2 reactietijdpatroon ($z = 3.91$, 0% vs. 70% voor 7 x 7 ; $z = 3.24$, 6% vs. 64% voor 8 x 8 en $z = 2.30$, 0% vs. 36% voor 9 x 9). Het omgekeerde werd vastgesteld voor de type 4 reactietijdpatronen ($z = 4.00$, 77% vs. 6% voor 7 x 7 ; $z = 3.24$, 81% vs. 18% voor 8 x 8 en $z = 2.11$, 84% vs. 43 % voor 9 x 9). Bij de zesdeklassers daarentegen had het aanbieden van informatie, zoals verwacht, weinig of geen effect op de reactietijdpatronen.

Samenvattend kunnen we stellen dat onze hypothese betreffende het effect van de variabelen leerjaar en informatie op het strategiegebruik (zoals achterhaald via de reactietijdpatronen) grotendeels werden bevestigd. Ten eerste, globaal genomen kwamen Patroon 1 en 2 (die beide wijzen op de afwezigheid van de aftrekstrategie) meer voor bij de tweededand bij de zesdeklassers, terwijl Patroon 3 en 4 (die beide wijzen op het gebruik van de aftrekstrategie) vaker voorkwamen in de oudste leeftijdsgroep. Maar dit leeftijdsverschil trad enkel op in de niet-geïnformeerde conditie. Ten tweede resulteerde het verschaffen van informatie in een verschuiving van Patroon 1 en 2 naar Patroon 3 en 4. Doch dit effect van informatie werd enkel vastgesteld in de jongste leeftijdsgroep. Meer bepaald leidde het geven van informatie tot een sterke daling van het aantal tweedeklassers dat enkel de optel- en de schatstrategie gebruikte (Patroon 2) en tot een toename van het aantal tweedeklassers dat de aftrekstrategie toepaste in combinatie met de twee andere strategieën (Patroon 4). Doordat de overgrote meerderheid van de zesdeklassers in de niet-geïnformeerde conditie reeds een type 3 of 4 reactietijdpatroon vertoonde, kon dit aantal moeilijk nog significant stijgen als gevolg van het verschaffen van informatie omtrent de rooster-grootte. Ten slotte vonden we be-

vestiging voor de verwachting dat de proportie leerlingen met een reactietijdpatroon dat wees op het toepassen van de schatstrategie (= Patroon 2 en 4) bij het 7 x 7 rooster groter was voor de tweedeklassers dan voor de zesdeklassers. Met een toenemende roosteromvang verdween dit verschil tussen beide leeftijdsgroepen.

4. Besluit

In onderhavige studie, die voortbouwt op de studie van Verschaffel e.a. (1997), onderzochten we de prestaties en het strategiegebruik van tweede- en zesdeklassers bij een taak waarin ze aantallen dienden te bepalen die gepresenteerd zijn in vierkante roosters van verschillende grootte (7 x 7, 8 x 8 en 9 x 9). Terwijl de ene helft van de leerlingen geen informatie omtrent de rooster-grootte kreeg, ontving de andere helft deze informatie wel. Vanuit inhoudelijk oogpunt leidde deze vervolgstudie tot de volgende resultaten en conclusies.

Ten eerste, wanneer er geen informatie omtrent de roosteromvang werd gegeven, bleken zesdeklassers veel accurater in het bepalen van aantallen dan tweedeklassers. Het verschaffen van informatie deed het verschil in accuraatheid tussen beide leeftijdsgroepen echter praktisch volledig verdwijnen.

Ten tweede kwam uit de analyse van de afwijkingen voor de beurten met de hoogste aantallen naar voren dat zelfs bij rooster-groottes die minder sterk uitnodigen tot het toepassen van de handige aftrekstrategie, de leerlingen uit de jongste leeftijdsgroep reeds op grote schaal de aftrekstrategie toepasten net zoals bij het 10 x 10 rooster uit de voorgaande studie van Verschaffel e.a. (1997). Zonder informatie over de rooster-grootte deden ze dit echter heel vaak foutief. Meer bepaald bleken deze tweedeklassers problemen te ondervinden met het correct bepalen van de totale rooster-grootte, wat bij toepassing van de aftrekstrategie leidde tot antwoorden die ver afweken van het juiste aantal blokjes. Vermoedelijk was de storende associatie met het honderdveld, waar deze tweedeklassers in de wiskundelessen vaak mee te maken kregen, hiervoor verantwoor-

delijk. Het verschaffen van informatie betreffende de roostergrootte bleek echter voldoende om alle leerlingen - dus ook die uit de jongste leeftijdsgroep - de aftrekstrategie correct te doen hanteren.

Ten derde, net zoals bij het 10 x 10 rooster, bracht de analyse van de reactietijdpatronen een evolutie in de richting van een frequenter gebruik van de aftrekstrategie bij stijgende leeftijd aan het licht. Dit leeftijdseffect kwam echter weerom het sterkst tot uiting in de conditie zonder informatie over de roosteromvang, waarin grote verschillen werden vastgesteld tussen de tweede- en de zesdeklassers wat betreft de verdeling van de individuele reactietijdpatronen over de vier onderscheiden hypothetische patronen.

Meer algemeen kunnen we de resultaten ook terugkoppelen naar het model van Lemaire en Siegler (1995), waarin - zoals in de inleiding aangegeven - onderscheid gemaakt wordt tussen vier parameters van strategiegebruik.

Wat de eerste parameter (het gebruikte strategierepertoire) betreft, kunnen we stellen dat beide leeftijdsgroepen in wezen een beroep doen op dezelfde strategieën, namelijk op de optel-, de aftrek- en de schatstrategie. De beschikbare gegevens laten echter vermoeden dat wat wij in dit artikel de schatstrategie genoemd hebben, op zijn beurt een overkoepelende term is voor een grote variëteit aan specifieke(re) strategieën die via aangepaste onderzoekstechnieken nog verder ontrafeld moeten worden. Het valt dan ook niet uit te sluiten dat uit deze verdere analyse zal blijken dat oudere leerlingen voor de trials uit dit middengebied andere, en wellicht meer efficiënte *specifieke* schatstrategieën gebruiken dan jongere leerlingen. Verder onderzoek waarin gebruik gemaakt wordt van "on-line" dataverzamelingstechnieken (zoals registratie van oogbewegingen en hardop denken) lijken noodzakelijk om de verschillende specifieke strategieën die gebruikt worden voor het bepalen van hoeveelheden in het middengebied, verder te ontrafelen.

Met betrekking tot de tweede parameter, namelijk de relatieve frequentie waarmee de onderscheiden strategieën gebruikt worden, stellen we vast dat er met toenemende leeftijd

niet enkel meer beroep gedaan wordt op de efficiënte aftrekstrategie, maar tevens dat - tenminste bij de kleinste roostergrootte (7 x 7) - de eerder inefficiënte schatstrategie meer achterwege gelaten wordt.

De derde parameter uit het model van Lemaire en Siegler (1995) houdt verband met de efficiëntie van de strategie-uitvoering. In onderhavige studie vinden we een verschil terug tussen beide leeftijdsgroepen wat betreft de efficiëntie waarmee de aftrekstrategie wordt toegepast. In de conditie zonder informatie over de roostergrootte blijkt de meerderheid van de tweedeklassers met een foutieve totale roostergrootte (vaak 100) te werken, terwijl dit bij de zesdeklassers veel minder vaak voorkomt. Mogelijks is dit hieraan te wijten dat de tweedeklassers in de periode onmiddellijk voorafgaand aan het experiment veel vaker geconfronteerd zijn geweest met het honderdveld, waarmee de gebruikte roostergroottes een oppervlakkige gelijkenis vertonen. Het zou ons inziens dan ook gevaarlijk zijn om daaraan verregaande conclusies te verbinden wat betreft ontwikkelingspsychologische verschillen tussen beide leeftijdsgroepen.

De vierde en laatste parameter uit het model van Lemaire en Siegler (1995) betreft de adaptiviteit van de strategiekeuzes. De opzet en de resultaten van onderhavige studie laten niet toe om verregaande conclusies te trekken met betrekking tot deze dimensie. In zekere zin zou men kunnen stellen dat de vastgestelde globale distributie van de onderscheiden strategieën over de verschillende soorten "trials" (beurten met weinig blokjes, beurten met veel blokjes, en beurten uit het middengebied) in beide leeftijdsgroepen, een zekere indicatie vormt voor het adaptief en flexibel karakter van het strategiegebruik van de leerlingen. Immers, ze blijken elk type strategie toe te passen op die categorie van opgaven waarvoor ze het meest aangewezen lijkt. Maar de opzet van onderhavige studie laat niet toe om een antwoord te geven op de vraag of de zesdeklassers *meer* adaptief waren in hun strategiekeuzes dan de tweedeklassers. Om deze vraag te beantwoorden, is een experiment nodig waarin men de relatieve snelheid en accuraatheid van de strategieën die de leerlingen *spontaan* aanwenden

om de verschillende items van een cognitieve taak op te lossen, confronteert met de relatieve snelheid en accuraatheid waarmee zij dezelfde items oplossen wanneer ze *gedwongen* worden de taak op te lossen via een opgegeven strategie, bijvoorbeeld in het kader van een experiment waarin gebruik gemaakt wordt van het zogenaamde “keuze/geenkeuze”-paradigma (Siegler & Lemaire, 1997).

We sluiten dit artikel af met een bedenking omtrent Beems (1999) driefasig segmentatiemodel, dat in deze studie voor het eerst is gebruikt. Hoewel ons onderzoek de mogelijkheden van Beems (1993, 1995, 1999) twee- en driefasige segmentatiemodellen voor de detectie van strategieën en strategieveranderingen in patronen van reactietijden aantoonde, zijn ook deze modellen onderworpen aan een aantal statistische wetmatigheden die voor problemen kunnen zorgen, met name bij het onderscheiden en typen van kleinere reeksen datapunten. Zo stooten we bij de tweedeklassers regelmatig op het probleem dat zowel de visuele inspectie van de reactietijdpatronen als de antwoorden van de leerlingen op de beurten met de grootste aantallen ondubbelzinnige aanwijzingen bevatten dat zij de aftrekstrategie hadden toegepast op deze “trials”, terwijl Beems (1993, 1995, 1999) segmentatiemodellen deze kinderen niet identificeerden als gebruikers van de aftrekstrategie, omwille van het te geringe aantal datapunten. Ook hieromtrent is verder onderzoek noodzakelijk.

Noten

1. Deze studie kwam tot stand via subsidiëring G. 0157.98 van het Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek - Vlaanderen.
De auteurs danken Dr. Leo Beem voor het ontwikkelen van het driefasig segmentatiemodel waarmee de data geanalyseerd werden, evenals Evie Maesen en Leen Blom voor hun hulp bij de dataverzameling.
2. Alvorens de data werden geanalyseerd, werden enkele “uitschieters” verwijderd. Hierbij werd een onderscheid gemaakt tussen twee soorten uitschieters: (1) *Omkeringsfouten*, die ontstaan doordat de leerling op het einde van het oplos-

singsproces vergeten is of hij/zij nu de optel- dan wel de aftrekstrategie aan het toepassen is, hetgeen leidt tot antwoorden die eerder in de buurt liggen van het aantal lege vakjes dan van het aantal groene blokjes. (2) *Extreme fouten*, die op zijn minst 90 blokjes afwijken van het werkelijk aantal blokjes, bijvoorbeeld doordat de proefleider het antwoord van de leerling foutief heeft ingetikt (112 i.p.v. 12). Op basis van bovenstaande criteria werden er in het totaal 154 uitschieters op 21146 datapunten verwijderd (d.i. 0.007%).

3. De onafhankelijke variabele “roostergrootte” werd in alle analyses betrokken, maar omwille van plaatsgebrek worden de resultaten met betrekking tot deze variabele slechts gedeeltelijk gerapporteerd. Voor de volledige resultaten van de analyses, zie Luwel e.a. (2000).

Literatuur

- Bakeman, R. & Robinson, B. F. (1994). *Understanding log-linear analysis with ILOG: An interactive approach*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Beem, A. L. (1993). *Segcurve: A program for fitting two-phase segmented curve models with an unknown change point* [Program manual]. Leiden, The Netherlands: Leiden University, Educational Computing Research Unit.
- Beem, A. L. (1995). A program for fitting two-phase segmented curve models with an unknown change point, with an application to the analysis of strategy shifts in a cognitive task. *Behavior Research Methods, Instruments, & Computers*, 27, 392-399.
- Beem, A. L. (1999). *Segcurv: A program for fitting three-phase segmented curve models with two unknown change points* [Program manual]. Amsterdam, The Netherlands: University of Amsterdam, Department of Biological Psychology.
- Klahr, D. & Wallace, J. G. (1973). The role of quantification operators in the development of conservation of quantity. *Cognitive Psychology*, 4, 301-327.
- Lemaire, P. & Siegler, R. S. (1995). Four aspects of strategic change: Contributions to children's learning of multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124, 83-97.
- Luwel, K., Verschaffel, L., Onghena, P. & De Corte, E. (2000). *Children's strategies for numerosity judgement in square grids of different sizes*. (Tech.

Rep.) Leuven, Belgium: University of Leuven, Center for Instructional Psychology and Technology.

- Marsh, G., Friedman, M., Welch, V. & Desberg, P. (1980). The development of strategies in spelling. In U. Frith (Ed.) *Cognitive processes in spelling* (pp. 339-354). London: Academic Press.
- McGilly, K. & Siegler, R. S. (1990). The influence of encoding and strategic knowledge on children's choices among serial recall strategies. *Developmental Psychology*, 26, 931-941.
- Siegler, R. S. (1987). Strategy choices in subtraction. In J. A. Sloboda & D. Rogers (Eds.). *Cognitive processes in mathematics* (pp. 81-106). Oxford: Clarendon Press.
- Siegler, R. S. & Robinson, M. (1982). The development of numerical understandings. In H. W. Reese & L. P. Lipsitt (Eds.) *Advances in child development and behavior* (Vol. 16, pp. 241-312). New York: Academic Press.
- Siegler, R. S. & Lemaire, P. (1997). Older and younger adult's strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no choice method. *Journal of Experimental Psychology: General*, 126, 71-92.
- Verschaffel, L., Corte, E. de, Lamote, C. & Dhert, N. (1997). Ontwikkeling van een adaptieve aanpakstrategie voor het schatten van hoeveelheden. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 22, 57-81.

Manuscript aanvaard: 24 november 2000

Auteurs

Koen Luwel is als doctoraatstudent verbonden aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de Katholieke Universiteit Leuven

Lieven Verschaffel is als gewoon hoogleraar verbonden aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de Katholieke Universiteit Leuven

Patrick Onghena is als hoofddocent verbonden aan het Centrum voor Methodologie van het Empirisch Pedagogisch Onderzoek van de Katholieke Universiteit Leuven

Erik De Corte is als gewoon hoogleraar verbonden aan het Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie van de Katholieke Universiteit Leuven

Correspondentie-adres: Centrum voor Instructiepsychologie en -Technologie, K.U. Leuven, Vesaliusstraat 2, B-3000 Leuven, België

Abstract

The development of children's numerosity judgement strategies in grids of different sizes

This study investigates the development of children's numerosity judgement strategies from the theoretical perspective of "strategic change" (Lemaire & Siegler, 1995). More specifically, we assessed second and sixth graders' strategy use in determining different numerosities of colored blocks in square grids of 3 different sizes. Moreover, the effect of information about the grid size on pupils' strategy use was investigated. Therefore, half of the pupils were provided with information about the grid-size, whereas the other half did not receive any information. Converging evidence from different kinds of data (i.e., response times and error rates) showed that 3 distinct numerosity judgement strategies were applied: (a) repeatedly adding groups of blocks, (b) subtracting the number of empty squares from the total number of squares in the grid, and (c) determining the number of blocks in a rather quick but imprecise way. Moreover, provision of information about the grid size had a beneficial effect on subjects' use of the subtraction strategy. From a methodological point of view, this study demonstrates the potential of Beem's (1993, 1995, 1999) two- and three-phase segmented curve model for detecting different strategies in cognitive tasks.