

Probleemaanpak en het oplossen van natuurkundige problemen

Een literatuuroverzicht

M. VANDERLOCHT en J. VAN DAMME
Katholieke Universiteit Leuven
*Afdeling Didactiek**

Samenvatting

Uitgangspunt voor dit literatuuroverzicht is dat prestaties bij het oplossen van natuurkundige problemen ten dele bepaald worden door de probleemaanpak die de oplosser volgt. Binnen een systematische probleemaanpak onderscheiden we vier fasen namelijk probleemanalyse, planning, uitwerking en evaluatie. Voor elke fase presenteren we een procesanalyse en inventariseren we resultaten van studies ter zake. Deze belichten de gebruikelijke probleemaanpak van studenten en effecten van trainingen in probleemaanpak.

1 *Inleiding*

Studenten ondervinden vrij veel moeilijkheden bij het oplossen van natuurkundige problemen. Dit blijkt onder meer uit de scores die door docenten worden toegekend en uit het aantal oplossingen dat tot een juiste uitkomst leidt. Zo inventariseerden we zelf gedurende drie achtereenvolgende academiejaren de resultaten op een tussentijds examen mechanica van een groep eerstejaarsstudenten laborant aan een Vlaams Instituut voor Hoger Onderwijs. Dit examen bestaat uit vier of vijf vraagstukken en telt voor een beperkt gedeelte mee in de eindevaluatie voor het vak natuurkunde. De gemiddelde scores voor deze drie academiejaren waren respectievelijk 50,2%, 53,2% en 44,2% (Vanderlocht, 1988a). Heller en Reif

(1984) legden 24 'undergraduates' elk drie dynamische problemen voor. Slechts 26% van de oplossingen bevatte een juiste uitkomst. Bij de reeds vermelde groep eerstejaarsstudenten laborant analyseerden we oplossingen van problemen over de projectielbeweging. Van de 325 geanalyseerde deeloplossingen waren er 25,2% met een juiste uitkomst, 51,4% met een foute uitkomst en 23,4% zonder uitkomst.

In de literatuur worden verschillende factoren aangehaald om deze matige prestaties te verklaren zoals bijvoorbeeld onvoldoende wiskundige hulpkennis, oppervlakkige leerstofverwerking en -structurering en de aanwezigheid van intuïtieve vooropvattingen. Verder is heel wat onderzoek opgezet vanuit de overtuiging dat prestaties bij het oplossen van problemen mede bepaald worden door de werkwijze of de probleemaanpak van de oplosser. De hypothese hierbij is dat een oplossingsproces efficiënter is als het niet lukraak maar op een systematische wijze verloopt. De bedoeling van deze bijdrage is een overzicht te schetsen van het zopas genoemde onderzoeksgebied. Het overzicht is gemaakt in functie van het vak natuurkunde. We zullen echter ook verwijzen naar onderzoek dat betrekking heeft op andere vakdomeinen maar niettemin relevante inzichten bevat voor het oplossingsproces van natuurkundige problemen. Niettegenstaande heel wat onderzoek aan bod komt, zijn we er ons van bewust dat het gepresenteerde overzicht een persoonlijke selectie blijft en geen exhaustief beeld van het onderzoeksdoelgebied schetst.

In navolging van auteurs zoals Polya (1945), Reif, Larkin en Bracket (1976) en Schoenfeld (1979) onderscheiden we vier fasen in een systematisch oplossingsproces namelijk probleemanalyse, planning, uitwerking van de oplossing en evaluatie. Deze vier fasen zullen in de volgende paragrafen achtereenvolgens aan bod komen. Voor elke fase beschrijven we eerst welke operaties er dienen uitgevoerd te worden. Figuur 1 geeft een globaal overzicht van deze procesanalyse. De terugkerende pij-

* De literatuurstudie gebeurde in het kader van het ISSAD-project aan het Onderzoekscentrum voor Secundair en Hoger Onderwijs van de Afdeling Didactiek. Het ISSAD-project is een interuniversitair F.K.F.O.-project op initiatief van de Minister van Onderwijs.

len in de figuur onderstrepen dat in een reëel oplossingsproces deze fasen niet strikt gescheiden zijn maar elkaar eerder in een circulaire wisselwerking opvolgen. Vervolgens bespreken we de resultaten van constaterend en construerend onderzoek ter zake. In constaterend onderzoek wordt het gebruikelijke oplossingsgedrag van studenten beschreven. In construerend onderzoek wordt geëvalueerd of het trainen van bepaalde wenselijke oplossingshandelingen tot prestatieverbeteringen leidt. In paragraaf zes bespreken we enkele randvoorwaarden en aanbevelingen voor de vormgeving van onderwijs in probleemaanpak.

2 Probleemanalyse

2.1 Procesanalyse

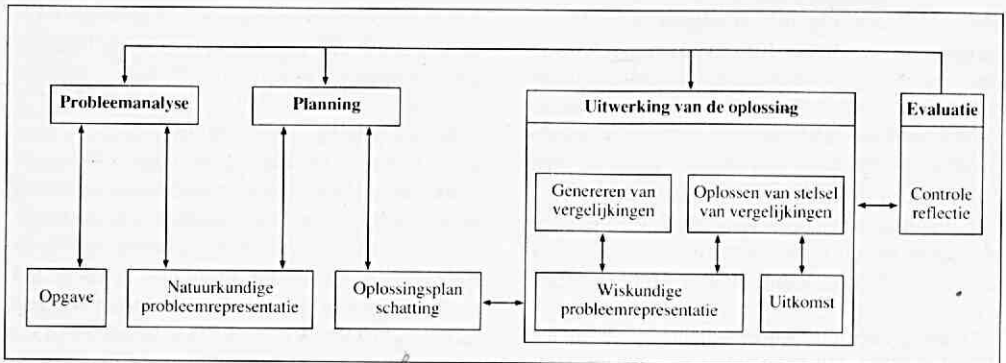
Elke poging om een probleem op te lossen wordt in sterke mate bepaald door de mentale voorstelling die de oplosser zich van het probleem maakt. Newell en Simon (1972) spreken van de 'probleemruimte' die de oplosser creëert. Een natuurkundige zal van een natuurkundig probleem een andere voorstelling kunnen construeren dan iemand die nooit een cursus natuurkunde gevolgd heeft. Larkin (1983, 1985) maakt onderscheid tussen een 'naïeve' en een natuurkundige representatie van een natuurkundig probleem. In een naïeve of voorwetenschappelijke representatie wordt de probleemsituatie voorgesteld met behulp van entiteiten (bal, pijl, blok, touw, auto ...) en processen (stijgen, vallen, omkeren, remmen ...) die vertrouwd zijn vanuit het dagelijks leven. In een natuurkundige representatie

wordt de probleemsituatie voorgesteld met behulp van grootheden (positie, ogenblikkelijke snelheid, versnelling, kracht ...) die een specifieke betekenis hebben binnen de natuurkunde als wetenschap. De bedoeling van de probleemanalyse is te komen tot een adequate natuurkundige representatie van de probleemsituatie. Dit betekent dat de oplosser een correcte en volledige vertaling dient te maken van de gegevens en de gevraagdten uit de opgave in termen van natuurkundige grootheden.

Volgens Chi, Feltovich en Glaser (1981) zal een oplosser bij de confrontatie met een natuurkundig probleem in eerste instantie op zoek moeten gaan naar een principe waarmee het probleem kan opgelost worden en zal de vertaling van de probleemsituatie in natuurkundige grootheden sterk gestuurd worden door het geselecteerde principe. Een student die bijvoorbeeld de wet van behoud van mechanische energie selecteert om een natuurkundig probleem op te lossen zal, gestuurd door dit principe, op zoek gaan naar twee relevante tijdstippen in de probleemsituatie en op elk van deze tijdstippen de potentiële en de kinetische energie trachten te bepalen.

2.2 Constaterend onderzoek

Ferguson-Hessler en De Jong (1983) lieten eerstejaarsstudenten problemen over elektriciteit en magnetisme hardop denkend oplossen. Zij stelden onder meer vast dat studenten algemeen gesproken weinig aandacht besteden aan de probleemanalyse. Na het lezen van de opgave gaat men zeer vlog formules toepassen en aan het rekenen zonder een duidelijk beeld te hebben van de informatie die in de opgave gegeven en gevraagd wordt. De auteurs spre-



Figuur 1 Globaal schema van een systematische probleemaanpak voor het oplossen van een natuurkundig probleem.

ken van een typische 'kick and rush' strategie. Als gevolg van deze impulsieve werkwijze vertrekken studenten vaak met een onvolledige voorstelling van de situatie. Voor de twee leerstofblokken die werden bestudeerd, was dit respectievelijk bij ongeveer 50% en 20% van de oplossingen het geval. Deze onvolledigheid is een zware hypotheek op het verdere zoekwerk omdat noodzakelijke informatie voor mogelijke oplossingswegen ontbreekt.

Jansweijer, Elshout en Wielinga (1985) lieten vier gevorderde studenten die met succes een cursus en bijbehorend practicum thermodynamica hadden gevolgd, hardop denkend een reeks thermodynamica problemen oplossen. Deze gevorderde studenten bleken wel veel aandacht te schenken aan de probleemanalyse. Zesenvertig procent van de uitingen in de protocollen hadden hierop betrekking.

Schoenfeld (1983) stelt dat experts zich bij eenvoudige opgaven, die ze bijna routinematig kunnen oplossen, beperken tot een bondige probleemanalyse en enkel bij moeilijker problemen een ruimere analyse uitvoeren.

Zelf hebben we een analyse gemaakt van knelpunten en fouten die voorkomen in 152 schriftelijke oplossingen van problemen over de projectielbeweging (Vanderlocht, 1988b; Vanderlocht & Van Damme, 1988). De oplossingen werden verzameld tijdens een tussentijds examen van eerstejaarsstudenten laborant. In de probleemanalyse werden 85 fouten gemaakt. Er werd 70 keer een foute waarde toegekend aan een grootte en 15 keer werd naar een verkeerde grootte gezocht. Een belangrijk deel van deze fouten waren verwarringen hetzij tussen de x-as en de y-as, hetzij tussen de twee tijdstippen waarover in de opgaven telkens sprake is. Zo worden bijvoorbeeld regelmatig waarden toegekend aan $x(t)$ die eigenlijk dienen toegekend te worden aan $y(t)$ of aan $x(0)$. Zulke verwarringen worden sterk in de hand gewerkt door ongedifferentieerd symboolgebruik. Menig student maakt geen onderscheid tussen x- en y-symbolen en verder valt het op dat tijdspecificaties vaak niet worden geëxpliciteerd. Studenten vermelden x , y of v in plaats van bijvoorbeeld $x(0)$, $y(0)$ of $v(0)$. We gingen tevens na hoeveel studenten voorafgaand aan hun oplossing een overzicht maken van gegevens en gevraagd. Van de 152 oplosers maakten er 67% een voorafgaand overzicht van gegevens en 33% een voorafgaand overzicht van de gevraag-

den. Deze overzichten zijn echter dikwijls zeer onvolledig. Veelal inventariseert men enkel die gegevens die in de opgave of de bijbehorende tekening zeer expliciet worden vermeld. Meer impliciete gegevens worden slechts sporadisch in het overzicht opgenomen.

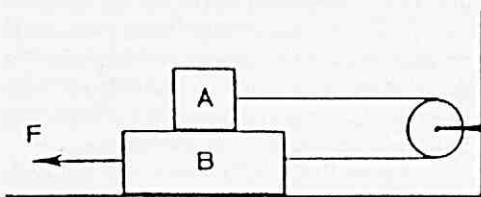
Larkin en Reif (1979) stelden vast dat sommige experts het genereren van vergelijkingen laten voorafgaan door een kwalitatieve probleemanalyse. Een kwalitatieve probleemanalyse bestaat erin een aantal globale implicaties af te leiden uit natuurkundige wetten of principes die toepasbaar zijn op het probleem en tevens een aantal relaties tussen verschillende grootheden in de probleemsituatie te verkennen. Dit laatste kan gebeuren door te onderzoeken welke de gevolgen zijn voor de probleemsituatie als een bepaalde grootte een andere waarde zou hebben, bijvoorbeeld een extreme waarde of de waarde nul. Zulke kwalitatieve analyse zorgt voor een globaal natuurkundig inzicht in de probleemsituatie en vormt een nuttige oriëntering voor het verdere kwantitatieve en meer gedetailleerde werk met formules en cijfers. Ook Reif en Heller (1982) beklemtonen in hun prescriptief model voor het oplossen van mechanica-problemen het belang van een kwalitatieve probleemanalyse.

2.3 Construerend onderzoek

Heller en Reif (1984) bestudeerden de probleemanalyse van studenten bij het oplossen van dynamicaproblemen. Vierentwintig studenten losten, bij wijze van voormeting, elk drie problemen op. Eén van de meest frequente fouten was het weglaten van één of meer relevante krachten. Ongeveer 75% van de studenten vergat relevante krachten in tenminste één van zijn oplossingen. Een illustratie hiervan is te vinden bij de oplossing van volgend probleem (zie Fig. 2):

Twee blokken A en B zijn verbonden met elkaar door een licht en soepel touw dat over een katrol loopt met verwaarloosbare massa en wrijving. Blok A heeft een massa m_A en blok B een massa m_B . De coëfficiënt van glijdende wrijving tussen de twee blokken en tussen blok B en de horizontale vloer eronder is in beide gevallen μ . Hoe groot moet de kracht F zijn om blok B naar links te bewegen met een constante snelheid?

Bij het identificeren van de krachten die inwerken op blok B vergat 50% van de stu-



Figuur 2 Opgave uit het onderzoek van Heller & Reif (1984, p. 202)

den de wrijvingskracht die door blok A op blok B wordt uitgeoefend. In een aansluitend construerend onderzoek trachtten de auteurs de probleemanalyse van een deel van deze studenten te optimaliseren. De studenten dienden een nieuwe reeks van drie problemen te analyseren volgens strikte richtlijnen van de onderzoekers. Deze uitgebreide richtlijnen stimuleerden de studenten om de bewegingstoestand van en de interacties tussen de verschillende systemen in de probleemsituatie zo volledig en correct mogelijk te beschrijven. Hierbij werd tevens groot belang gehecht aan gedifferentieerd symboolgebruik bij het identificeren van krachten. Een kracht wordt steeds uitgeoefend door een bepaald object op een bepaald ander object. De studenten werden verplicht om in hun symbolen telkens aan te geven door welk object en op welk object de kracht wordt uitgeoefend. Zo werd de uitdrukking $F_{A \rightarrow B}$ gebruikt om de kracht te identificeren die door object A op object B wordt uitgeoefend. Uit de resultaten blijkt dat de experimentele richtlijnen niet alleen zorgden voor een meer volledige en correcte probleembeschrijving, maar dat deze bovendien de basis vormde voor een beter stelsel van vergelijkingen en een groter aantal juiste uitkomsten.

Van den Berg (1982) rapporteert over een vrij grootschalig onderwijsexperiment. In tien klassen kregen leerlingen tijdens de lessen natuurkunde een training in probleemaanpak en werden ze tevens geoefend in het maken van leerstofschemata's. Na de lessenreeks werd in de tien experimentele klassen en in zes controleklassen eenzelfde proefwerk afgenomen. Bij het verbeteren van de oplossingen werd onder meer nagegaan hoeveel gegevens werden opgenomen in een tekening of schema. Deze beoordeling werd gekwantificeerd in een analysescore. Waren alle gegevens in de tekening of het schema verwerkt, dan kreeg de leerling

hiervoor score één. Naarmate er minder gegevens waren verwerkt, werd de score evenredig minder. Naast deze analysescore werd tevens beoordeeld in hoeverre de leerling het probleem correct heeft opgelost. Zowel de analysescore (0,42 tegenover 0,11) als de prestatiescore (4,6 tegenover 3,8) bleken beduidend hoger te liggen in de experimentele klassen.

3 Planning

3.1 Procesanalyse

Om het zoekproces op een gerichte wijze te doen verlopen is het wenselijk een oplossingsplan op te stellen. Dit impliceert twee stappen. Een voorbereidende stap is het selecteren van toepasbare en bruikbare formules. In een tweede stap maakt de oplosser voor zichzelf duidelijk welke formules hij achtereenvolgens zal toepassen en combineren om de waarden van de gezochte grootheden te berekenen. Dit oplossingsplan functioneert als leidraad bij de uitwerking van de oplossing. In deze fase is het tevens aangewezen een schatting te maken van de uitkomst. Dit is wenselijk om twee redenen. Een gegronde schatting maken van de uitkomst is slechts mogelijk als de oplosser de opgave goed geanalyseerd heeft. Het schatten verplicht de oplosser dus als het ware om het probleem grondig te analyseren. Ten tweede is een voorafgaande schatting een bruikbaar criterium om de uitkomst mee te vergelijken en zo de oplossing te evalueren.

3.2 Constaterend onderzoek

In verband met het selecteren van toepasbare formules schrijven Ferguson-Hessler en De Jong (1983, p. 42) het volgende: "Eén van de drukst bewandelde dwaalwegen bij het oplossen van natuurkundige problemen is die van niet geldige kernbetrekkingen: een formule wordt opgeschreven, de gegevens ingevuld, en een antwoord uitgerekend, terwijl de vraag naar de geldigheid van de formule helemaal niet gesteld wordt."

Finegold en Mass (1985) onderzochten verschillen inzake oplossingsgedrag tussen goede en zwakke oplosers van natuurkundige problemen. Zij constateerden o.a. dat goede oplosers meer tijd besteden aan het plannen van de oplossing en dat hun planning bovendien grondiger uitgewerkt is.

3.3 *Construerend onderzoek*

De Corte en Somers (1982) voerden een onderwijsexperiment uit bij zesdeklassers van het basisonderwijs m.b.t. het oplossen van rekenkundige vraagstukken. Zij onderwezen de leerlingen een oplossingsstrategie waarin het schatten van de uitkomst een centrale activiteit uitmaakte. De training verbeterde op significante wijze de prestaties van deze leerlingen. De auteurs vonden aanwijzingen dat het maken van een schatting de leerlingen inderdaad aanzet tot een meer adequate probleemanalyse en zij beschouwden dit als een belangrijke tussenliggende schakel bij de interpretatie van de resultaten.

4 *Uitwerking van de oplossing*

4.1 *Procesanalyse*

In de uitwerking van de oplossing kunnen we twee logische stappen onderscheiden namelijk het genereren van een stelsel van vergelijkingen, wat resulteert in een wiskundige probleemrepresentatie, en het oplossen van het gegenereerde stelsel van vergelijkingen, wat resulteert in een uitkomst.

Wanneer de beschikbare informatie uit de opgave natuurkundig vertaald is, wordt het mogelijk natuurkundige wetten en formules, die relaties leggen tussen verschillende grootheden, toe te passen op de probleemsituatie en zo een stelsel van vergelijkingen te genereren. Larkin (1983, 1985) spreekt hier van een wiskundige probleemrepresentatie. Als het aantal beschikbare vergelijkingen voldoende groot is, kunnen door oplossing van het gegenereerde stelsel de waarden van de gezochte grootheden éénduidig berekend worden. Alhoewel deze twee stappen logisch te onderscheiden zijn, verlopen ze in de praktijk meestal door elkaar. In vele oplossingen is volgend patroon te herkennen: men genereert een vergelijking, berekent de waarde van een ongekende grootheid uit deze vergelijking, genereert een tweede vergelijking waarin de waarde van de eerder berekende grootheid wordt ingevuld, berekent op basis van deze vergelijking de waarde van een volgende ongekende grootheid ... en deze cyclus wordt herhaald tot alle gezochte grootheden gekend zijn.

Mettes en Pilot (1980a) raden aan om in de uitwerking van de oplossing het invullen van de formules en het rekenwerk zo lang mogelijk

uit te stellen. Dit heeft als voordeel dat de vergelijkingen compacter en de afrondingsfouten minimaal blijven. Een nadeel is dat studenten bij deze werkwijze nogal eens uit het oog verliezen welke grootheden gekend en welke ongekend zijn. Bij de uitwerking van de oplossing is het belangrijk overzichtelijk te werk te gaan en het rekenwerk zorgvuldig uit te voeren. Verder is het aangewezen de eenheden van de grootheden mee te nemen in de berekeningen. Dit zorgt voor een zekere bijkomende belasting maar is wel een lonende investering omdat zo een nuttige controlemogelijkheid gecreëerd wordt. Indien een natuurkundig probleem correct wordt opgelost, zal de uitkomst immers steeds dezelfde eenheid hebben als de gezochte grootheid.

4.2 *Constaterend onderzoek*

Het reeds vermelde onderzoek van Ferguson-Hessler en De Jong (1983) had betrekking op 127 oplossingen. Van de 120 fouten die zij in de uitwerkingsfase vaststelden waren er ongeveer de helft het gevolg van onzorgvuldigheid bij het rekenen, noteren van gegevens en maken van tekeningen.

Allwood en Montgomery (1981) deden een foutenanalyse op 20 oplossingen van twee statistische problemen. In de 40 oplossingen identificeerden zij in totaal 82 fouten. Acht fouten, waarvan zeven rekenfouten en één fout bij het overschrijven, waren het gevolg van onoplettendheid bij de uitwerking van de oplossing.

Volgens De Jong en Kramers-Pals (1980) laten opvallend veel oplossters, ongeveer 85% in een groep MAVO- en HAVO-scholieren, de eenheden weg tijdens de berekeningen maar toveren ze die wel te voorschijn als ze een uitkomst berekend hebben. In het reeds vermelde onderzoek bij eerstejaarsstudenten laboranten stelden we vast dat slechts 6% van de oplossters de eenheden systematisch meeneemt in de berekeningen (Vanderlocht & Van Damme, 1988).

4.3 *Construerend onderzoek*

In de literatuur hebben we geen construerend onderzoek gevonden dat specifiek betrekking heeft op of resultaten vermeldt over de uitwerkingsfase.

5.1 *Procesanalyse*

De evaluatiefase heeft een dubbele bedoeling. Een eerste doel is de opsporing en verbetering van eventueel gemaakte fouten. Ten tweede is het de bedoeling via een reflectie op de oplossing de oplossingsvaardigheid verder te verbeteren.

Oplossen van natuurkundige problemen is een complexe activiteit en fouten zijn dan ook bijna onvermijdelijk. Daarom is het belangrijk tijdens heel het zoekproces maar ook na het bekomen van een uitkomst controlemomenten in te schakelen. De uitkomst van een oplossing is een zeer bruikbaar aangrijpingspunt om controlehandelingen uit te voeren. Een eerste mogelijkheid is het vergelijken van de eenheden van de uitkomst en van de gezochte grootheid. Indien deze niet gelijk zijn, is er ergens iets fout gelopen. Een tweede mogelijkheid is het vergelijken van de uitkomst en de eerder gemaakte schatting. Een groot verschil tussen deze beide is een sein om de oplossing of eventueel de schatting te herzien. Ten derde kunnen de uitkomst en de oplossing gecontroleerd worden door, indien mogelijk, het probleem op een andere manier op te lossen.

In de onderwijspraktijk is het oplossen van problemen niet alleen een doel op zich maar zeker ook een gelegenheid om bij te leren. In het ideale geval zal een student via het maken van vraagstukken zowel zijn kennisbestand als zijn probleemaanpak verfijnen en zo steeds vlotter problemen kunnen oplossen. Een mogelijke methode om zulk leerproces te stimuleren is een expliciete reflectie bij het beëindigen van een oplossing. Concreet kan de oplosser bijvoorbeeld een schema trachten te maken van de gevolgd oplossingsweg en deze vergelijken met het oplossingsplan en met andere oplossingsmogelijkheden. Hij kan ook op zoek gaan naar op het eerste zicht gelijkende problemen die toch weer anders dienen opgelost. Zo zal hij een beter zicht krijgen op de eigenheid, de mogelijkheden en de beperkingen van verschillende wetten en formules. Wanneer een student duidelijke moeilijkheden ondervindt bij het oplossen van een probleem kan dit een uitgangspunt en een motiverende factor zijn om bepaalde delen uit de cursus grondiger door te nemen.

5.2 *Constaterend onderzoek*

Het opsporen van fouten bij de oplossing van statistische vraagstukken werd onderzocht door Allwood en Montgommery (1982). Tien studenten losten elk twee vraagstukken op met behulp van een speciale handleiding. Het grootste deel van de handleiding bestond uit richtlijnen om gezette oplossingsstappen te controleren en ontdekte fouten bij te sturen. In totaal werden 55 fouten gemaakt, waarvan 14 rekenfouten, 26 fouten bij de keuze van de formules, 10 fouten bij het invullen van de formules en 5 andere fouten van uiteenlopende aard. Van deze 55 fouten werden er 25 ontdekt en vervangen door een nieuwe oplossingsstap. Deze 25 fouten werden op vier verschillende wijzen ontdekt. Het grootste aantal ($n = 10$) werd ontdekt omdat bij het rekenwerk een extreme waarde bekomen werd. De auteurs spreken van een 'spontane ontdekking' als de oplosser onmiddellijk na een oplossingsstap en zonder voorafgaande verantwoording een fout ontdekt ($n = 6$). Vijf fouten werden ontdekt naar aanleiding van ontevredenheid over andere aspecten dan de uitkomst van een oplossing, bijvoorbeeld een oplossingsweg die geen antwoord geeft op al de vragen in het probleem. Vier fouten werden ontdekt bij een routinecontrole, d.w.z. wanneer de oplosser zonder voorafgaand een fout te vermoeden een oplossingsstap opnieuw uitvoert.

Op basis van hardop denken protocollen inventariseerden Smith en Good (1984) een reeks differentiërende kenmerken inzake oplossingsgedrag tussen goede en zwakke oplosers van genetische problemen. Eén van de vastgestelde differentiërende kenmerken was dat succesvolle oplosers duidelijk meer controlehandelingen uitvoeren. In de voorgelegde opgaven werd gevraagd de probabiteit van verschillende fenotypes te berekenen. Verschillende goede oplosers controleerden hun uitkomst door na te gaan of de som van de berekende probabiliteiten inderdaad één als resultaat gaf. Andere succesvolle oplosers controleerden of het patroon van de berekende waarden overeenstemde met typische genetische verhoudingen die hen bekend waren. Bij een atypisch patroon gingen ze op zoek naar mogelijke verklaringen hiervoor en indien dit niet lukte werd de oplossing doorzocht op mogelijke fouten.

Zelf analyseerden we 45 schriftelijke oplossingen van een kinematicaprobleem onder

meer naar het uitvoeren van bepaalde controlehandelingen (Vanderlocht 1988c). Een student controleerde zijn oplossing door het probleem op een tweede manier op te lossen en vier studenten controleerden of de gevonden uitkomst consistent was met bepaalde gegevens in de opgave. De gemiddelde score op een tussentijds examen mechanica van deze vijf controleerders (74 %) lag beduidend hoger dan de gemiddelde score van de niet-controleerders (46 %). Dit bevestigt de vaststelling van Smith en Good (1984) dat goede oplosers meer controlehandelingen uitvoeren dan zwakke oplosers.

In verband met de wenselijke reflectie stellen Van Someren en Elshout (1985) dat deze leercomponent meestal maar weinig aandacht krijgt bij het oplossen van problemen. 'Leren door doen' is volgens hen in vele gevallen vooral 'doen'.

5.3 Construerend onderzoek

Op dit punt keren we even terug naar het reeds aangehaalde onderzoek van Allwood en Montgommery (1982). Zoals gezegd, dienden in dit onderzoek tien studenten elk twee statistische problemen op te lossen met behulp van speciale richtlijnen om gezette oplossingsstappen te controleren en ontdekte fouten bij te sturen. Deze richtlijnen bleken enig effect op te leveren. Dertien van de 25 ontdekte fouten werden opgespoord in aansluiting op de richtlijnen. Nochtans waren de auteurs niet echt tevreden. De richtlijnen gaven in vele gevallen slechts aanleiding tot algemene en oppervlakkige beschouwingen vanwege de studenten. De auteurs pleiten dan ook voor richtlijnen die concreet en actiegericht zijn.

Van Someren en Elshout (1985) vermelden een studie van Reither (1977) waarin studenten aangezet werden tot een uitgebreide reflectie op hun oplossingsgedrag. Dit bleek hun prestaties bij het oplossen van nieuwe problemen inderdaad te verbeteren. Van Someren en Elshout (1985) hebben zelf een experiment opgezet waarin het effect van een minder uitvoerige vorm van reflectie werd onderzocht. De taken in het experiment zijn geïnspireerd op het schaakspel. In een eerste taak dienen de proefpersonen, die geen ervaring hebben met het schaakspel maar wel de regels ervan kennen, de zwarte koning mat te zetten met behulp van de witte koning en koningin. De onderzoekers opteerden voor een beperkte

vorm van reflectie. Aan de proefpersonen uit de experimentele groep werd na elke zet gevraagd hardop te vertellen wat ze gedacht hadden bij het bedenken van de zet. Voor beide condities werd de eerste taak afgerond na 10 minuten. Daarna volgde een transfertaak, een gelijkaardige maar iets moeilijker versie van de eerste taak, namelijk het mat zetten van de zwarte koning met behulp van de witte koning en toren. De proefpersonen uit de experimentele groep bleken in deze transfertaak eerder de juiste strategie door te hebben en lukten sneller en met minder zetten in de opdracht. De auteurs geven twee plausibele verklaringen voor het vastgestelde effect. Een eerste verklaring is dat de reflectie geleid heeft tot een betere kennis van enkele tactische schaakinzichten. Het is echter ook mogelijk dat de instructie tot reflectie de proefpersonen aangezet heeft om de transfertaak op een meer bedachtzame wijze aan te pakken en daardoor een snellere ontdekking van de strategie mogelijk maakte.

6 Randvoorwaarden en vormgeving van onderwijs in probleemaanpak

De Jong (1986, p. 53-98) ging na of het mogelijk is studenten een systematische probleemaanpak bij te brengen via een kortdurende training. De training omvatte zes wekelijkse bijeenkomsten van één uur. Voor en na de training dienden de studenten enkele problemen hardopdenkend op te lossen. Uit de analyse van de protocollen bleek dat de studenten na de training niet systematischer te werk gingen dan voor de training. Het aanleren van een systematische probleemaanpak impliceert voor de meeste studenten een grondige wijziging van hun gebruikelijk oplossingsgedrag. Zulke gedragsverandering is slechts haalbaar via een langdurig en systematisch ondersteund leerproces dat ten volle geïntegreerd wordt in het reguliere onderwijs.

Mettes en Pilot (1980a,b) geven een reeks interessante aanbevelingen voor de vormgeving van onderwijs in probleemoplossen en probleemaanpak o.m. steunend op de leertheorie van Galperin. In een eerste stap dient men de student goed te oriënteren op het belang en de betekenis van een systematische werkwijze. Na een grondige oriëntering volgt een fasegewijze oefening. Aanvankelijk is het aangewe-

zen dat de student de wenselijke handelingen op een uitgebreide, concrete en controleerbare wijze uitvoert. Dit kan gestimuleerd worden via het gebruik van speciale werkbladen waarop de wenselijke handelingen zijn voorgedrukt en waarbij ruimte is voorzien om de handelingen schriftelijk uit te voeren. Geleidelijk zal de student de richtlijnen verinnerlijken en deze verkort en sneller kunnen uitvoeren. Belangrijk in dit oefenproces is dat de student herhaaldelijk terugkoppeling krijgt, niet enkel over inhoudelijke maar ook over strategische aspecten van zijn oplossingsgedrag. Mettes en Pilot ontwikkelden volgens deze principes een experimentele cursus voor het vak Thermodynamica aan de T.H. Twente. In de eerste drie academiejaren dat de experimentele werkwijze werd gevolgd, waren de scores voor dit vak beduidend beter dan de scores die werden behaald met het voorafgaande onderwijs (6,9; 6,1; 7,1 tegenover 5,8; 5,7).

De gunstige resultaten die Mettes en Pilot met hun experimenteel onderwijs behaalden, zijn ongetwijfeld voor een belangrijk deel te danken aan het feit dat de training probleem-aanpak werd geïntegreerd in de lessen en vorm kreeg in een langdurig en systematisch ondersteund onderwijsleerproces. Anderzijds speelt hier ook het feit dat in de training niet enkel algemene maar ook vakspecifieke heuristische regels werden aangeboden en bovendien de nodige aandacht werd geschonken aan het grondig verwerken van de leerstof. Zo dienden de studenten per leerstofonderdeel overzichten te maken van de belangrijkste relaties of kernbetrekkingen. Deze werden vervolgens in groep besproken. Het is inderdaad niet verwonderlijk dat trainingen in algemene heuristische regels veelal weinig of geen prestatieverbetering opleveren in vakinhoudelijke domeinen (Meijer, Perrenet, & Riemersma, 1988). Algemene heuristische handelingen helpen de oplosser niet verder als hij er niet de nodige vak- en probleemspecifieke kenniselementen aan kan koppelen. Dit wordt mooi geïllustreerd in de ervaringen die Devriese en Eisen-drath (1988) rapporteren. Zij integreerden een training methodisch probleemoplossen in de oefeningensessies natuurkunde van verschillende groepen eerstejaarsstudenten aan de V.U. Brussel. In zijn eerste versie bleek deze training geen prestatieverbetering op te leveren. Als belangrijkste oorzaak hiervan noemen de auteurs de gebrekkige leerstofbeheer-

ing van de studenten. Tijdens de training werd herhaaldelijk vastgesteld dat studenten geen gevolg kunnen geven aan een heuristische richtlijn omdat hen de nodige natuurkundige kennis ontbreekt. Het analyseren van een natuurkundig probleem is bijvoorbeeld maar mogelijk als de oplosser de betekenis van een reeks relevante grootheden kent en weet volgens welke regels een waarde aan deze grootheden dient toegekend te worden. Devriese en Eisen-drath hebben dan ook besloten om in een volgende versie van de training een aantal initiatieve op te zetten om naast de probleem-aanpak ook de leerstofverwerking te optimaliseren. Zo worden computergestuurde zelfevaluatiepakketten ter beschikking gesteld en kunnen de studenten deelnemen aan interactieve werkgroepen waarin de leerstofverwerking centraal staat.

7 Conclusies

Uit het besproken constaterend onderzoek kunnen we twee belangrijke conclusies destilleren. Ten eerste wijzen deze studies op een aantal zwakke plekken in de gebruikelijke probleemaanpak van studenten. Het analyseren van de opgave gebeurt oppervlakkig en levert in vele gevallen een onvolledige voorstelling van de probleemsituatie op. Ongedifferentieerd symboolgebruik leidt herhaaldelijk tot verwarringen bij het toekennen van waarden aan grootheden. Bij het selecteren van formules wordt de vraag naar de toepasbaarheid ervan vaak over het hoofd gezien. In de uitwerkingsfase is een behoorlijk aantal fouten het gevolg van onzorgvuldigheid en valt op dat slechts weinigen de eenheden systematisch meenemen. Ten slotte wordt weinig aandacht besteed aan de wenselijke reflectie bij het beëindigen van een opgave. Ten tweede stellen we vast dat er een verband bestaat tussen probleemaanpak en prestaties bij het oplossen van problemen. Goede oplossters besteden meer aandacht aan de probleemanalyse, maken een grondiger uitgewerkte planning en voeren meer controlehandelingen uit dan zwakke oplossters.

Een reeks construerende onderzoeken toont aan dat het onderwijzen van bepaalde wenselijke oplossingshandelingen kan leiden tot prestatieverbeteringen bij het oplossen van problemen.

Ten slotte werd een aantal voorwaarden aangestipt die medebepalend zijn voor het effect van een training in probleemaanpak. Ten eerste is het aangewezen de richtlijnen concreet en actiegericht te formuleren. Ten tweede kunnen instructies in probleemaanpak meer effect hebben als de oplosser er de nodige vak- en probleemspecifieke kennis-elementen aan kan koppelen. Ten derde werd erop gewezen dat het aanleren van een systematische probleemaanpak voor de meeste studenten een grondige gedragsverandering veronderstelt die slechts haalbaar is via een langdurig en systematisch onderbouwd onderwijsleerproces.

Literatuur

- Allwood, C.M. & H. Montgomery, Knowledge and technique in statistical problem solving. *European Journal of Science Education*, 1981, 4, 431-450.
- Allwood, C.M. & H. Montgomery, Detection of errors in statistical problem solving. *Scandinavian Journal of Psychology*, 1982, 23, 131-139.
- Berg, J. S. van den, Het leren maken van natuurkunde vraagstukken. In: *Verslag van de Woudschoten Conferentie 1982: Hoe leren leerlingen Natuurkunde*, 25-37.
- Chi, M. T., H. Feltovich & R. Glaser, Categorisation and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 1981, 5, 121-152.
- Corte, E. De, & R. Somers, Estimating the outcome of a task as a heuristic strategy in arithmetic problem solving: A teaching experiment with sixth graders. *Human Learning*, 1982, 1, 105-121.
- Devriese, A. & H. Eisendrath, *Probleemoplossen natuurkunde in de eerste kandidaturen: Naar een geïntegreerde aanpak*. Paper gepresenteerd op de Onderwijs Research Dagen, Leuven, mei 1988.
- Ferguson-Hessler, M.G.M. & T. de Jong, *Markante (dwaal)wegen bij het oplossen van E&M problemen*. Technische Hogeschool Eindhoven, 1983, rapport nr. 32.
- Finegold, M. & R. Mass, Differences in the processes of solving physics problems between good physics problem solvers and poor physics problem solvers. *Research in Science and Technological Education*, 1985, 3, 59-67.
- Heller, J. & F. Reif, Prescribing effective human problem solving processes: Problem description in physics. *Cognition and Instruction*, 1984, 1, 191-203.
- Jansweijer, W. N. H., J. J. Elshout & B. J. Wielinga, Het leren van de beginnende probleemoplosser. In: J. G. L. C. Lodewijks & P. R. J. Simons (Eds.), *Zelfstandig leren*. Lisse: Swets & Zeitlinger, 1985, 102-109.
- Jong, O. de & H. Kramers-Pals, Het oplossen van natuurwetenschappelijke vraagstukken I: Knelpunten in het oplossingsgedrag van leerlingen. *Faraday: Tijdschrift voor Onderwijs in de Natuurkunde en de Scheikunde*, 1980, 5, 158-163.
- Jong, T. de, *Kennis en het oplossen van vakinhoudelijke problemen* (proefschrift). Helmond: Wibro, 1986.
- Larkin, J. H. The role of problem representations in physics. In: D. Getner & A. L. Stevens (Eds.) *Mental models*. Hillsdale: LEA, 1983, 75-97.
- Larkin, J. H., Understanding, problem representations and skill in physics. In: S. F. Chipmann, J. W. Segal & R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills. Volume 2: Research and open questions*. Hillsdale: LEA, 1985, 141-159.
- Larkin, J. H. & F. Reif, Understanding and teaching problem solving in physics. *European Journal of Science Education*, 1979, 2, 191-203.
- Meijer, J., J. Perrenet & F. Riemersma, Leren probleemoplossen in het wiskundeonderwijs. *Pedagogische Studiën*, 1988, 65, 16-31.
- Mettes, C. & A. Pilot, *Over het leren oplossen van natuurwetenschappelijke problemen. Een methode voor ontwikkeling en evaluatie van onderwijs, toegepast op een cursus Thermodynamica* (proefschrift) T. H. Twente, 1980a.
- Mettes, C. T. & A. Pilot, *Onderwijs in het oplossen van vraagstukken. Enkele beschouwingen over onderwijs in het oplossen van problemen, met name in de natuurwetenschappen*. T. H. Twente, CDO-Bulletin nr. 14, 1980b.
- Newell, A. & H. A. Simon, *Human problem solving*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1972.
- Polya, G., *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press, 1945.
- Reif, F., J. H. Larkin & G. C. Brackett, Teaching general learning and problem solving skills. *American Journal of Physics*, 1976, 44, 212-217.
- Reif, F. & J. Heller, Knowledge structure and problem solving in physics. *Educational Psychologist*, 1982, 17, 102-127.
- Reither, F., Der Einfluss der Selbstreflexion auf die Strategie und Qualität des Problemlösens. In: H. K. Garten (Ed.), *Diagnose von Lernprozessen*. Braunschweig: Westermann, 1977.
- Schoenfeld, A. H., Can heuristics be thought? In: J. Lochhead & J. Clement (Eds.), *Cognitive process instruction*, Philadelphia: The Franklin Institute Press, 1979, 315-338.
- Schoenfeld, A. H., Episodes and executive decisions in mathematical problem solving. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983, 345-397.
- Smith, M. U. & R. Good, Problem solving and classical genetics: Successful versus unsuccessful performance. *Journal of Research in Science Teaching*, 1984, 21, 895-912.

Someren, M. W. van & J. J. Elshout, Het effect van zelfreflexie op leren probleemoplossen. In: J. G. L. C. Lodewijks & P. R. J. Simons (Eds.), *Zelfstandig leren*. Lisse: Swets & Zeitlinger, 1985, 110-117.

Vanderlocht, M., *Overzicht van de resultaten op de proefexamens oefeningen mechanica 1985, 1986, 1987*. K. U. Leuven, Afdeling Didactiek, ISSAD-project, 1988a, intern rapport nr. 1.

Vanderlocht, M., *Fouten en knelpunten bij het oplossen van problemen over de projectiebeweging. Een systematische analyse van 152 schriftelijke oplossingen*. K. U. Leuven, Afdeling Didactiek, ISSAD-project, 1988b, rapport nr. 2.

Vanderlocht, M., *Een analyse van 45 schriftelijke oplossingen van een kinematicaprobleem m.b.t. oplossingsmethode, conceptuele differentiatie en controlehandelingen*. K. U. Leuven, Afdeling Didactiek, ISSAD-project, 1988c, rapport nr. 3.

Vanderlocht, M. & J. Van Damme, *Fouten en knelpunten bij het oplossen van problemen over de projectiebeweging. Een systematische analyse van 152 schriftelijke oplossingen*. Paper gepresenteerd op de Onderwijs Research Dagen, Leuven, mei 1988.

Curricula vitae

M. Vanderlocht (1962) studeerde psychologie, specialisatie schoolpsychologie en studie- en beroepsoriëntering, aan de K. U. Leuven. Sinds 1986 verricht hij in het kader van het ISSAD-project onderzoek naar het leren oplossen van natuurkundige problemen.

J. Van Damme (1946) is als docent verbonden aan de Afdeling Didactiek van de K. U. Leuven. Hij is er hoofd van het Onderzoekscen- trum voor Secundair en Hoger Onderwijs.

Correspondentieadres: M. Vanderlocht en J. Van Damme, Pedagogisch Instituut, Vesalius- straat 2, B-3000 Leuven.

Manuscript aanvaard 1-12-'88

Summary

Vanderlocht, M. & J. Van Damme. 'Strategical aspects of problem solving in physics.' *Pedagogische Studiën*, 1989, 66, 97-106.

One of the factors that determine students' achievement in problem solving in physics is their problem solving strategy. We distinguish four phases in a systematical problem solving strategy namely analysis, planning, elaboration and evaluation. For each phase we identify some advisable actions and discuss results of research. The studies describe aspects of students' usual problem solving strategy and the effects of training experiments.