

Probleemoplossen in het onderwijs

L. DE LEEUW

Vakgroep Psychonomie, Vrije Universiteit
Amsterdam

P. SPAN

Faculteit Sociale Wetenschappen,
Rijksuniversiteit Utrecht

Samenvatting

Nadat het belang van probleemoplossingscapaciteiten voor het leren op school is geschetst, wordt een drietal fasen in de studie van het probleemoplossen, alsmede de opbrengst van elk van deze fasen, beschreven. Vervolgens komen twee benaderingen binnen het leren probleemoplossen/leren denken aan de orde. De invloed van persoonskenmerken op het proces en produkt van probleemoplossen krijgt daarna aandacht; zowel inter-individuele verschillen als intra-individuele verschillen (waaronder de ontwikkeling van novice naar expert) worden behandeld.

Het belang van een gedegen kennisbasis (declaratieve en procedurele kennis) voor het kunnen probleemoplossen wordt benadrukt en gerelateerd aan een benadering als 'ontdekkend leren' en aan enkele probleemoplossende activiteiten binnen schoolvakken. De noodzaak van het aanleren van heuristische methoden wordt uiteen gezet. Gebaseerd op een verdeling in typen heuristische methoden, wordt nagegaan hoe onderwijs in heuristische methoden ingericht dient te worden. Voorbeelden van programma's worden vermeld, zowel binnen de wiskunde als bij begrijpend lezen. Een aantal, ten dele nog niet volledig opgeloste problemen bij het aanleren van heuristische methoden wordt behandeld.

Het artikel eindigt met het plaatsen van de geschetste benaderingen van het leren probleemoplossen in een breder theoretisch kader.

1 Inleiding

Het huidige onderwijs kent een neiging om het puur reproductieve leren als ongewenst te beschouwen. Dit zou niet passen op de huidige en toekomstige maatschappelijke ontwikkelingen. De gedachte achter een meer op produktief denken gerichte benadering is dat mensen in hun 'leven na de school' tegen veel situaties zullen aanlopen waarin inventief handelen noodzakelijk is, verworven kennis moet worden toegepast en omgezet in 'know-how' op een hoger niveau. De maatschappij heeft in toenemende mate behoefte aan 'probleemoplossers' (De Groot, 1946) en aan 'probleemvinders' (Sternberg & Davidson, 1985).

Een minder visionaire beschouwing van het onderwijs leert ons toch ook, dat er van puur reproductief leren op school eigenlijk geen sprake is. Natuurlijk wordt er onderwijs gegeven waarbij regels en algoritmen kant en klaar aan leerlingen worden gepresenteerd. Bij het toepassen van regels of wetmatigheden blijkt echter dat de oefenopgaven in moeilijkheidsgraad variëren; transformatie of 'ontbedding' uit een context is veelal nodig alvorens de bekende regels op het probleem losgelaten kunnen worden. Wat geforceerd kan gesteld worden, dat vrijwel elke opgave in een schoolboek een transfer-opgave is die inventiviteit en probleemoplossend vermogen van de leerling vraagt. Dit geldt voor opgaven op het terrein van het oplossen van lineaire vergelijkingen, de wet van Boyle-Gay Lussac en het toepassen van grammaticale regels, de sociale aardrijkskunde, economie en op een aantal andere gebieden.

In hoeverre is onderzoek op het gebied van probleemoplossen relevant voor het leren probleemoplossen zoals dat in de school plaats heeft? Welke ontwikkelingen zijn in dat onderzoek te bespeuren? Wat is de betekenis van onderwijs-technologische middelen voor het leren probleemoplossen? Deze vragen komen in paragraaf 2 aan de orde.

Grofweg is de ontwikkeling van de studie van het probleemoplossen te verdelen in drie fasen. Het eerste stadium wordt gekenmerkt door het werk van Duncker, Selz, de Gestalt-psychologen en wat later – in Nederland en België althans – door dat van Kohnstamm. Deze periode valt grotendeels voor de Tweede Wereldoorlog, maar reikt in Nederland zeker tot in de jaren vijftig. De in experimenten bestudeerde problemen waren voor een groot deel wat kunstmatig van aard, althans niet direct gebonden aan problemen zoals die in het onderwijs of dagelijks leven aan de orde zijn; het stralingsprobleem van Duncker en het voor demonstratie op colleges nog altijd zeer geschikte Duncker-probleem 'Waarom zijn de getallen die de structuur abcabc (bijv. 297297, 127127) hebben deelbaar door 13?' vormen hiervan illustraties.

Toch heeft de studie van dit type problemen, naast een aantal methoden om het probleemoplossen te bestuderen (bijv. de hardopdenk-methode) een aantal theoretische noties opgeleverd die ook voor het meer praktisch gerichte onderzoek bruikbaar zijn. Dunccker's studie van het effect van het bieden van heuristische aanwijzingen van verschillende graad van specificiteit, evenals Selz' begrip middel-doel analyse zijn nuttig gebleken voor verdere studie op het gebied van het probleemoplossen. Wat Selz' werk betreft, geldt dat dit naar de theoretische kant voortzetting heeft gevonden, onder andere in de studie van de schaker (De Groot, 1946), maar dat dit ook door Selz en Kohnstamm naar de praktische kant is uitgewerkt (Selz, 1935; Kohnstamm, 1952; Deen, 1969).

Deze op de experimentele methode stoelende studie van het probleemoplossen werd in de jaren vijftig en het begin van de jaren zestig voortgezet. We noemen het onderzoek van Luchins naar fixatie aan oplossingsmethoden (Luchins, 1942, 1959) en in zijn voetspoor het werk van Guetzkov (1951) en Hettema (1966).

Een nieuwe benadering van het probleemoplossen, die als tweede fase in de geschiedenis van het probleemoplossen kan worden beschouwd, is het meest gekenmerkt door het werk van Newell en Simon. Deze in de zeventiger jaren florerende tak van probleemoplossingsonderzoek werd in de zestiger jaren

voorafgegaan door voorbereidend werk, onder andere van Reitman (1964). Het nieuwe van deze aanpak betrof de computersimulatie van de menselijke probleemoplossingsprocessen. Het uitwerken van veronderstelde procedurele kenmerken van denkprocessen (regels, wetmatigheden) in de vorm van een computerprogramma maakt het noodzakelijk zeer expliciet te zijn over de procedurele kenmerken en laat zien waar de theorie nog onvoldoende is uitgewerkt of innerlijke tegenspraak vertoont. Zodra dit het geval is maakt het programma bij de uitvoering fouten of loopt het vast. Ook valt, als het programma eenmaal goed werkt, het oplossingsproces en -produkt van mens en computer te vergelijken. Ook dit verschaft een toetsingsmogelijkheid van het veronderstelde oplossingsmodel. De problemen waren niet levens-echt van aard. Bij één van de eerste pogingen op dit gebied (Kotovsky & Simon, 1973) werd gebruik gemaakt van letterreeksen. In de hoofdstudie, getiteld 'Human Problem Solving' (Newell & Simon, 1972) kwamen onder andere problemen als de Toren van Hanoi, cryptarithmetrische problemen en het slingerprobleem van Duncker aan de orde. Ook deze studies leverden een aantal belangrijke theoretische noties op. Zo werden om de programma's werkbaar te maken heuristische ingebouwd om het grote aantal mogelijke oplossingswegen te verkleinen (bijv. het formuleren van subdoelen). Dit wierp nieuw licht op de regels en strategieën die door de menselijke denker worden gehanteerd.

Doordat computer-programmering van oplossingsprocessen dwingt tot het minutieus expliciteren van de uitgangssituatie, het beoogde doel en de mogelijke bewerkingen van de uitgangssituatie om tot het doel te geraken (dit is de middel-doel analyse), is de ontwikkelde theorie gedetailleerder dan de voorheen beschikbare theorieën. Het belang van het maken van een goede probleemrepresentatie, de gevolgen van een onvolledige probleemrepresentatie, de gevolgen van het onvoldoende kunnen specificeren van mogelijke oplossingswegen binnen het proces van probleemoplossen werden hierdoor verhelderd. We zullen later zien dat dit ook voor het probleemoplossen in de schoolpraktijk belangrijke noties zijn.

In de derde fase van het onderzoek van het probleemoplossen is de aandacht verplaatst van de studie van 'abstracte' problemen naar

meer op de onderwijspraktijk gerichte problemen, bijv. in de natuurkunde, de wiskunde, het lezen/schrijven/stellen, het leren programmeren, e.d.. Dit worden ook wel problemen in semantisch rijke domeinen genoemd. Achteraf wordt het onderzoek met de Toren van Hanoi enz., onderzoek in semantisch arme domeinen genoemd. Problemen binnen semantisch rijke domeinen vragen voor hun oplossing om beheersing van de onderliggende domein-kennis en -theorie (begrippenkader, regels, wetmatigheden). Het onderzoek op het terrein van novice-expert verschillen is een belangrijk onderwerp van studie hierbinnen. Het belang van de kennisorganisatie (in netwerken of schema's), de invloed van declaratieve en procedurele kennis op het probleemoplossingsproces, de plaats van het vormen van een probleemrepresentatie in het oplossingsproces en het bevorderen van de totstandkoming hiervan zijn onderwerpen van onderzoek binnen dit terrein.

Ook de ontwikkeling van heuristische oplossingsstrategieën (niet alleen abstracte heuristieken als middel-doel analyse, maar ook meer domeingebonden heuristische principes) zijn object van studie. Voorts krijgt de invloed van preconcepties en misconcepties op het probleemoplossingsproces aandacht, alsmede de strategieën om deze pre- en misconcepties zichtbaar te maken en 'uit de weg te ruimen'. In iets ruimere zin gaat het dan om de invloed van mentale modellen (zie bijv. Gentner & Stevens, 1983) op de probleemrepresentatie en het oplossingsproces. Ook planning en regulatie (metacognitie) van het oplossingsproces vormt object van onderzoek. Onderwijsmaatregelen om tot een goed oplossingsgedrag te komen en om de probleemoplossingsvaardigheid te vergroten worden ontwikkeld en geëvalueerd.

Een vorm van onderzoek naar probleemoplossing die we slechts zijdelings vermelden is de studie van het oplossen van problemen zoals deze in intelligentietests voorkomen (analogieën, syllogismen, letter- en getalreeksen). Het onderzoek van Sternberg (1977, 1979) en van Mulholland, Glaser en Pellegrino (1980) moge als voorbeelden hiervan dienen.

3 *Onderzoek van het leren probleemoplossen*

Pogingen om leerlingen tot een hogere graad van probleemoplossingsvaardigheid te brengen zijn onder te verdelen in twee benaderingen. De eerste benadering kenmerkt zich door de ontwikkeling van programma's waarmee algemene vaardigheden worden aangeleerd. Algemeen wil zeggen: niet rechtstreeks betrekking hebbend op specifieke vakinhouden. Heel bekend is het Lateral Thinking programma van De Bono en het op basis hiervan ontwikkelde en in Engeland geëvalueerde CoRT (Cognitive Research Trust) programma. Een aangepaste versie van dit programma is in het grootschalige Venezolaanse project 'Aprender a Pensar (Leren Denken)' in gebruik. Een tweede voorbeeld is het door Covington, Crutchfield en Davis (1966) ontwikkelde Productive Thinking Program, een zelf-instructie programma, bestemd voor leerlingen uit de hoogste klassen van de basisschool. Dit programma is onder andere gericht op het aanbrengen van divergente denkvaardigheden, systematisch werken, het stellen van vragen om het probleemoplossen verder te helpen, het vermijden van te snel conclusies trekken, en het probleem te herbeziën als men in een impasse belandt. Van dit programma bestaat ook een Nederlandse bewerking (Boonman & Pennings, 1987). Ook het LOGO-project van Papert c.s. is te beschouwen als een programma dat is gericht op het verhogen van algemene denkvaardigheden.

We gaan op dit soort trainingsprogramma's, waarvan de effectiviteit nog steeds ter discussie staat, niet in. Nickerson, Perkins en Smith (1985) geven een gedegen overzicht van het werk op dit gebied. Ze onderscheiden een viertal benaderingen van het leren probleemoplossen/leren denken, te weten 1. de 'cognitive operations approaches'; hieronder vallen onder andere de aanpak van Feuerstein (Instrumental Enrichment Program) en het Structure of Intellect Program (SOI) gebaseerd op Guilford's intelligentietheorie; 2. de 'heuristics oriented approaches'; hieronder vallen het genoemde Lateral Thinking en CoRT-programma en het Productive Thinking Program; 3. de 'formal thinking approaches', waaronder het 'Development of Reasoning in Science' programma; en 4.

benaderingen die het denken door het omgaan met taal trachten te bevorderen, waaronder op schrijven/stellen gerichte cursussen, zoals 'Confront, Construct, Complete' (Easterling & Pasanen, 1979) en 'The Little Red Writing Book' van Scardamalia, Bereiter en Fillion (1979). (Deze laatste benadering gaat uit van de gedachte dat leren schrijven relevant is om te leren denken omdat a) schrijven denken vereist en b) schrijven een vehikel is voor het denken. Scardamalia en Bereiter (1985) stellen dat 'writing is paradigmatic for many intellectual tasks (...)'.)

De tweede benadering voor het leren probleemoplossen richt zich op de vaardigheid in het oplossen van problemen binnen de verschillende vakgebieden zoals natuurkunde, wiskunde, stelvaardigheid, begrijpend lezen, leren programmeren enz. Uitgaande van de bevindingen uit onderzoek dat goede probleemoplossers (experts) gekenmerkt zijn door onder andere het maken van een adequate probleemrepresentatie, een goede planning van het oplossingsproces, het kiezen van de juiste heuristische strategieën, een goed 'management' van de beschikbare tijd en kennis, zorgvuldige bewaking en controle ('monitoring') van het verloop, worden voor de training van deze vaardigheden programma's ontwikkeld. Het nog te behandelen werk van Schoenfeld (1985) en de in dit themanummer opgenomen bijdrage van Meijer c.s. vormen op het terrein van het wiskunde-onderwijs hiervan een goede illustratie. Op het gebied van de natuurkunde is het werk van Larkin c.s. (Larkin, 1981; Larkin, McDermott, Simon & Simon, 1980), van Mettes c.s. (Mettes & Pilot, 1980; Mettes, 1987) en van Elshout c.s. (Elshout, 1987 a en b; Bierman & Kamsteeg, 1987) illustratief. Activiteiten die op begrijpend lezen en stelonderwijs betrekking hebben worden in het artikel van Andriessen en Boonman in dit themanummer beschreven.

4 *Probleemoplossen en individuele verschillen*

Het proces van probleemoplossen kan in een aantal fasen uiteen gelegd worden. Allereerst dient een passende probleemruimte te worden opgebouwd; deze bevat het doel voor het te voltrekken oplossingsproces, de beschikbare

gegevens of middelen alsmede de beperkingen die in de probleemstelling zijn aangebracht. Vervolgens dient de kloof tussen gegevens en doel te worden overbrugd door het voltrekken van een aantal operaties. Er kan 'top-down' of 'bottom-up' worden gewerkt, dat wil zeggen vanuit het doel terug naar subdoelen, enz., of juist vanuit de gegevens naar die doelen toe. Het werken in twee richtingen is ook mogelijk. Als de kloof tussen gegevens en doel wordt overbrugd, is het probleem opgelost. Controle op de juistheid van de oplossing is een essentieel element in het oplossingsproces, omdat het subjectieve idee dat de oplossing is gevonden niet hoeft overeen te stemmen met het objectief correct zijn van de gevonden oplossing.

Inter-individuele verschillen tussen leerlingen voor wat betreft relatief stabiele persoonskenmerken, maar ook minder stabiele intra-individuele verschillen (mate van geoefendheid, gemotiveerdheid, stemming) kunnen het oplossingsproces in zijn verschillende stadia beïnvloeden.

4.1 *Inter-individuele verschillen*

Belangrijke relatief stabiele leerlingkenmerken zijn: veld(on)afhankelijkheid, faalangst, prestatie-motivatie, impulsiviteit/reflectiviteit en visualiseren/verbaliseren. Veld(on)afhankelijkheid en negatieve faalangst zijn persoonskenmerken die verband houden met het vermogen om, c.q. de geneigdheid tot het aanbrengen van structuur in probleemsituaties. Span (1973) gebruikt voor veldonafhankelijkheid dan ook de term structurerings-tendentie. Volgens Witkin c.s. (Witkin, Moore, Goodenough & Cox, 1977; Witkin, Oltman, Raskin & Carp, 1971) valt een interactie te verwachten tussen veldafhankelijkheid/veldonafhankelijkheid en de mate van structurering van de onderwijsleersituatie. Veldonafhankelijke zouden in ongestructureerde situaties significant beter presteren dan de veldafhankelijke tegenhangers. Ook door Cronbach en Snow (1977) wordt dit soort Aptitude Treatment Interacties beschreven. Voor de betekenis en implicaties van het kenmerk veld(on)afhankelijkheid zij verder verwezen naar het betreffende themanummer van dit tijdschrift (Span, 1985) en naar een themanummer van het Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie (Span, Simons & Hofstee, 1981).

Voor negatieve faalangst gelden soortgelijke verwachtingen als voor veld(on)afhankelijkheid. Negatief faalangstige leerlingen vertonen een grote behoefte aan structurering. In ongestructureerde probleem-situaties doen hoog negatief faalangstige leerlingen het significant slechter dan laag negatief faalangstigen. Onder zulke probleem-situaties vallen situaties waarin weinig of geen begeleiding gegeven wordt en waarin geen beroep gedaan kan worden op ondersteuning.

In onderzoek van De Leeuw (1979, 1983) waarin de invloed van een aantal persoonskenmerken in meer en minder gestructureerde leersituaties werd onderzocht – er werden algoritmische resp. heuristische oplossingsmethoden aangeleerd – werd geen Aptitude Treatment Interactie voor veld(on)afhankelijkheid gevonden. Voor negatieve faalangst was deze interactie wel aanwezig. In een publicatie in het reeds aangehaalde themanummer van het Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie werd een causaal model voor de gecombineerde werking van veld(on)afhankelijkheid en negatieve faalangst gegeven (De Leeuw & Feij, 1981). Veld(on)afhankelijkheid stond in het onderzoek van De Leeuw wel in verband met twee andere aspecten van probleemoplossen. Allereerst bleek de geneigdheid tot fixatie aan geoefende oplossingsmethoden (verg. Luchins, 1942) met dit leerlingkenmerk samen te hangen. Veldafhankelijke leerlingen bleken sterk 'vast te zitten' aan de geoefende oplossingsmethode. Voor opgaven die na afloop van een trainingsprogramma werden aangeboden – en die een andere dan de geoefende oplossingsmethode verlangden – bleek een sterke fixatie aan de geoefende methode aanwezig. Verder bleken veldonafhankelijke leerlingen tot meer horizontale transfer in staat, dat wil zeggen tot het toepassen van de geleerde methode op opgaven met een andere inhoud, bijvoorbeeld van numeriek naar figuraal.

Impulsiviteit/reflectiviteit heeft betrekking op de mate waarin leerlingen geneigd zijn bedachtzaam en gecontroleerd te werk te gaan. Impulsieve leerlingen zijn geneigd om de eerste de beste hypothese of oplossingsidee als juist te accepteren, zonder kritisch na te gaan of deze hypothese wel houdbaar is. Reflectieve leerlingen gaan bedachtzaam te werk, zijn kritischer ten opzichte van hun denkprodukten, checken tussentijds en na afloop daar waar dit

mogelijk is. Dit uit zich in minder fouten en een relatief langere bedenktijd (Messer, 1976).

Dit persoonskenmerk wordt meestal gemeten door middel van de Matching Familiar Figures Test (MFFT). Daarbij moet worden nagegaan welke van een aantal alternatieve plaatjes exact overeenkomt ('matcht') met een normfiguur. Uit oogbewegingsregistratie-onderzoek is een procesmatig verschil in gedrag tussen impulsieven en reflectieven komen vast te staan (bijv. Wagner & Cimiotti, 1975). Het ligt in de verwachting dat ook bij het type probleemoplossen dat in het onderwijs aan de orde is dit leerlingkenmerk een rol speelt. Een interessante vraag daarbij is of dit leerlingkenmerk zich in gelijke mate doet gelden in alle stadia van het probleemoplossen. Het is denkbaar dat het ene (sub)type leerling meer impulsief is als het gaat om het al dan niet volledig opbouwen van de probleemruimte, terwijl het andere (sub)type meer gekenmerkt is door het niet zorgvuldig te werk gaan bij het overbruggen van de kloof tussen gegevens en doel ('jumping to conclusions'). Het onderzoek op dit gebied heeft zich tot nu toe niet gericht op deze mogelijke stadia-specificiteit.

Tijdens het probleemoplossen kunnen leerlingen in een impasse raken, vastlopen. Een andere oplossingsweg dient dan soms te worden ingeslagen. De neiging om met nieuwe moed te herbeginnen wordt mede bepaald door de prestatiemotivatie van de leerling. Leerlingen verschillen onderling sterk op dit motivatie-kenmerk.

Het verband tussen prestatiemotivatie en schoolprestaties is, met name als rapportcijfers als criterium worden gehanteerd, door Hermans (1971) aangetoond. Door hem wordt prestatiemotivatie en faalangst gemeten met behulp van de Prestatie Motivatie Test (voor volwassenen de PMT; voor kinderen de PMT-K). De hieruit resulterende scores indiceren de gedragstendities in algemene zin, d.w.z. over situaties heen. Door andere onderzoekers is de vraag gesteld of prestatiemotivatie en faalangst niet variëren met de aard van de situatie en of dientengevolge deze gedragstendities niet situatie-specifiek gemeten dienen te worden (zie bijv. Boekaerts, 1983; De Bruyn, 1979). Bij situatie-specifiek kan gedacht worden aan een situatie in de klas waarbij de leerling individueel aan het werk is, waarbij met medeleerlingen wordt gewerkt en

waarbij sprake is van contact met de docent (Peters, 1983). Ook kan aan variatie over schoolvakken worden gedacht. Faalangst voor wiskunde bijv. hoeft niet (sterk) samen te gaan met faalangst bij andere schoolvakken.

De tot nu toe besproken leerlingkenmerken hebben een gunstig-ongunstig karakter. Het is in het algemeen beter om veldonafhankelijk, reflectief, prestatie gemotiveerd, laag negatief faalangstig te zijn. Door Witkin, Moore, Goodenough & Cox (1977) is betoogd dat er geen sprake is van goed/slecht in verband met veld(on)afhankelijkheid, maar veldafhankelijke zouden slechts in het voordeel zijn in sociale situaties. Ook door Messer (1976) zijn voorbeelden gegeven van probleemsituaties waarvoor geldt dat een impulsieve houding beter is dan een reflectieve houding, bijv. als het vereiste algoritme zeer complex is.

Een leerlingkenmerk waarvoor dit niet geldt is het kenmerk visualiseren/verbaliseren. Het gaat hierbij om twee wijzen van informatieverwerken. Problemen kunnen vaak langs twee 'wegen' worden opgelost: een verbaal-analytische en een visueel-ruimtelijke. Mensen verschillen in voorkeur en (dientengevolge?) in vaardigheid voor wat betreft de ene of de andere 'weg'. Beide 'wegen' kunnen even efficiënt tot de oplossing leiden (evenveel tijd, even grote nauwkeurigheid), zodat er in principe geen sprake is van goed/slecht.

Dit geldt echter alleen dan als de problemen volledig op eigen kracht worden opgelost. In onderwijsprogramma's die steun bieden bij het probleemoplossen wordt vaak van een bepaalde wijze van informatieverwerken uitgegaan. Als de aangereikte oplossingsmethode of de geboden hints bijvoorbeeld van een verbale weg uitgaan, terwijl de voorkeursweg van de leerling een visueel-ruimtelijke is dan is er sprake van interfentie. Een toepassing van het ATI-model ligt meer voor de hand.

4.2 *Intra-individuele verschillen*

Naast relatief stabiele persoonskenmerken, die inter-individuele verschillen tussen leerlingen impliceren, is er sprake van intra-individuele verschillen. Deze kunnen in de tijd snel wisselende verschillen betreffen, zoals stemming, gedisponeerdheid, fitheid, maar ook minder snel wisselende verschillen. Het betreft dan niet persoonskenmerken in de gebruikelijke zin, maar veranderingen die zich op grond van leerprocessen voordoen. De aard van het

oplossen van een bepaald type problemen wijzigt als leerlingen zich van beginnening (novice) tot expert binnen een bepaald probleemdoel ontwikkelen. Onderzoek van Chi, Feltovich en Glaser (1981); Hayes en Simons (1974); Heller en Greeno (1979); Larkin, McDermott, Simon en Simon (1980) op het gebied van het oplossen van natuurkundevraagstukken en schaakproblemen en van Schoenfeld (1985) op het terrein van wiskunde-problemen heeft aangetoond dat het oplossingsproces kwalitatief verandert bij toenemende expertise.

Het verschil begint eigenlijk al met de probleem-perceptie. Beginnelingen hebben de neiging vooral op oppervlakte-kenmerken te letten. Experts proberen de dieptestructuur van de problemen te achterhalen. Oppervlakkig op elkaar lijkende problemen worden door beginnelingen in dezelfde categorie ondergebracht (bijvoorbeeld problemen binnen de natuurkunde die te maken hebben met een hellend vlak), terwijl de ervaren probleemoplossers (op het betreffende gebied!) door die oppervlakkige gelijkenis heen kijken en het ene probleem bijvoorbeeld karakteriseren als een probleem over de tweede wet van Newton en het andere als een probleem over het behoud van energie.

Dit soort verschillen is vastgesteld door bestaande groepen novicen en experts met elkaar te vergelijken. Schoenfeld (1985) merkte terecht op dat hier methodologische feiten aan kunnen kleven. De betreffende groepen kunnen ook op andere kenmerken verschillen, zoals aanleg en rijping. Anders gezegd: de experts in dit type onderzoek waren als beginnelingen wellicht al beter dan de beginnelingen met wie ze vergeleken worden.

Hij onderzocht daarom binnen de wiskunde novice-expert verschillen, waarbij hij echter niet bestaande groepen experts en beginnelingen vergeleek, maar de verschuiving naging die binnen een groep beginnende studenten optrad. Er trad binnen deze groep een drastische verschuiving op in probleemperceptie, namelijk van het waarnemen van oppervlaktestructuur-kenmerken naar dieptestructuur-kenmerken. De betreffende groep ging qua aanpak steeds meer lijken op de ook in het onderzoek betrokken, reeds vooraf bestaande, expert groep.

Verder vond Schoenfeld dat er binnen zijn groep beginners, voorafgaande aan de trai-

ning, geen grote verschillen in aanpak te zien waren. Het kan echter zijn dat de betreffende groep op het gebied van wiskundige begaafdheid en ervaring in probleemoplossen nogal homogeen was. Het is de vraag of een expert in probleemoplossen in meer brede zin – veel ervaring met probleemoplossen en het dientengevolge beschikken over een arsenaal van cognitieve en metacognitieve vaardigheden – bij elk nieuw domein weer als beginneling van start gaat. Dit is niet te verwachten van leerlingen die er een gewoonte van hebben gemaakt zich te richten op de dieptestructuur van een domein. Een probleem is uiteraard in hoeverre dit mogelijk is bij een nog geringe kennis van het betreffende domein. Onderzoek dat expliciet op deze vraagstelling is gericht is ons niet bekend.

Niet slechts brede ervaring in het oplossen van problemen, ook intellectuele hoogbegaafdheid zou tot gevolg kunnen hebben, dat bij de confrontatie met een nieuw domein een vorm van expertgedrag vertoond wordt. Elshout (1985) introduceerde voor deze leerlingen de term 'expert-beginner'. Hij sluit niet uit dat er beginners zijn die zich bij de aanpak van een moeilijk probleem in een nieuw domein beter wren dan sommige 'experts' en zeker dan de 'echte' beginneling. Elshout verwijst hiervoor naar Schoenfeld (1983 a en b) en naar Van Rossum en Schenk (1983). Deze laatste auteurs hebben leerstijlen-onderzoek gedaan in de traditie van de Zweedse onderzoeker Marton. Volgens Van Rossum en Schenk houdt de goede beginner er eigen studiedoelstellingen op na, ziet hij kennis primair als iets om te gebruiken – en niet als iets om op te berge – , reflecteert hij op het eigen studiegedrag en heeft hij er behoefte aan de stof in een geordend verband te zien.

In onderzoek van Span en Overtoom-Corsmit (1986) werd de veronderstelling van Elshout en Schoenfeld bevestigd. Indien intellectueel begaafde leerlingen van de tweede klas voortgezet onderwijs voor hen moeilijke wiskunde taakjes – van divergente aard – moesten oplossen, kenmerkte hun handelen zich door: ruime aandacht besteden aan de diverse stappen in het oplossingsproces, een grondige oriëntatie, geen trial-and-error maar doordacht te werk gaan, het evalueren van deel-oplossingen, enz.. Gemiddeld begaafde leerlingen gedroegen zich als echte beginnelingen.

Het blijft de vraag – een antwoord hierop is voor de onderwijspraktijk van belang – of expliciete training in overdracht van aanpakgedrag sneller van beginners experts kan maken. Anders gezegd: Is de habitus om bijv. de onderliggende principes te achterhalen alvorens de problemen te gaan oplossen door gerichte instructie aan te leren? Zoals al eerder door ons werd opgemerkt, is de beschikbare hoeveelheid domeinkennis ongetwijfeld van belang. In het onderzoek van Span en Overtoom-Corsmit bleek, dat de zeer begaafde leerlingen over een beter georganiseerde wiskundekennis beschikten en daar ook welbewust gebruik van maakten.

5 *Het belang van een goede kennisbasis*

Bij het oplossen van problemen in kennisrijke domeinen – en hierom gaat het in het onderwijs – is het beschikken over de relevante kennisinhouden van groot belang. Daarbij is niet alleen declaratieve kennis (kennis van feiten, begrippen, relaties tussen begrippen, regels en wetmatigheden) van belang; ook het beschikken over procedurele kennis waarop het probleemoplossen stoelt of voortbouwt komt het oplossend handelen ten goede. De aanwezigheid van een goede declaratieve kennisbasis, d.w.z. van relaties tussen begrippen en regels in netwerken, bevordert de totstandkoming van een adequate probleemrepresentatie. Het onderscheid tussen beginner en expert binnen een bepaald kennisgebied uit zich met name in het maken van probleemrepresentaties. Een goede kennisbasis bevordert een representatie in termen die vrij rechtstreeks naar de oplossing leiden (bijv. dit is een probleem dat over de tweede wet van Newton gaat; bij dit probleem is de stelling van Pythagoras van belang). Ook een goede beheersing van procedures of routines die gedurende het oplossen moeten worden uitgevoerd is van groot belang. Als het proces moet worden onderbroken, omdat bepaalde (sub)algoritmen of routines te veel inspanning vragen, leidt dit de aandacht af van het eigenlijke denkproces.

Op dit laatste wordt ook door Frederiksen (1984) in zijn overzichtsartikel gewezen. Hij stelt dat Schneider en Shiffrin (1977) twee soorten informatieverwerking hebben aange-toond, te weten automatische en gecontroleerde verwerking. Een hoge graad van automati-

sering is het gevolg van een hoge mate van training. Dit is ook, aldus Frederiksen, van belang voor probleemoplossen. De probleemoplossingscapaciteit kan sterk worden vergroot door voor routine-elementen van het proces geautomatiseerde processen te gebruiken. Als een leerling tijdens het oplossen van een wiskunde-probleem een rekensom moet uitvoeren (bijv. optellen van ongelijknamige breuken) en dat kost te veel moeite of – nog erger – er worden fouten in gemaakt, dan bestaat het gevaar dat daardoor de lijn van de redenering verloren gaat, de leerling het spoor bijster raakt en de oplossing niet wordt gevonden. Het uitvoeren van dit soort algoritmische processen behoort geautomatiseerd te zijn, zodat de 'controlled processing resources' beschikbaar blijven voor het echte probleemoplossen. Ook Glaser (1987) wijst op het belang van geautomatiseerde kennis voor leer- en denkprocessen van hogere orde.

Dit geldt ook voor een vorm van probleemoplossen als begrijpend lezen. Hierbij is het van belang dat basisvaardigheden zoals het decoderen van orthografische vormen, de vertaling in spraakeenheden, het opzoeken van woordbetekenissen en het leggen van relaties tussen semantische proposities geautomatiseerd zijn. Hierdoor wordt het mogelijk de grote hoeveelheid informatie te verwerken die bij begrijpend lezen aan de orde is.

Deze zienswijze is van belang in de discussie over de wenselijkheid van receptief versus ontdekkend leren. 'Discovery learning' dient, hoe dan ook, te stelen op een goede beheersing van de begrippen, principes en subroutines waarop de te ontdekken relaties voortbouwen. Heil verwachten van ontdekkend leren zonder meer is niet realistisch. Bovendien dienen, via (geleide) ontdekking, bekende regels en wetmatigheden te worden geoefend tot een aanvaardbaar niveau van beheersing (automatisering) is bereikt. Vervolgens kunnen dan nieuwe wetmatigheden weer via (geleide) ontdekking worden aangeleerd.

6 *Het belang van kennis en beheersing van heuristische methoden*

Probleemoplossen is niet het uitvoeren van algoritmische handelingen, het is méér dan dat. Opgaven waarvan het algoritme aan de leerling bekend is zijn per definitie geen proble-

men. Echte problemen bij de leerling zijn gekenmerkt door het feit dat de oplossingsmethode ontbreekt, niet bekend is. Het probleem behoeft niet zonder relatie te zijn met vraagstukken of opdrachten waarvan de leerling de oplossing kent. We stelden al in de Inleiding, dat in zekere zin elke nieuwe opgave in een schoolboek een (transfer) probleem is. Na het invoeren van één of meer transformaties kan een bekend algoritme (bijv. die voor het oplossen van een vierkantsvergelijking, het toepassen van de wet van Boyle-Gay Lussac) van toepassing zijn. Het vinden van de benodigde transformaties vormt dan het probleemaspect. De meeste problemen in het onderwijs zijn van die vorm. Er is meestal geen sprake van totaal nieuwe problemen, maar van onbekende varianten van vraagstukken of opdrachten waarvan de leerling (in principe) de oplossing kent.

Bij het oplossen van dit type problemen kunnen heuristieken van groot nut zijn. Het begrip heuristiek, dat in het Nederlandse onderzoek is geïntroduceerd door Van Parreren (1975) is door Polya (1957) uitgewerkt ten behoeve van het wiskunde-onderwijs, en op het gebied van de artificiële intelligentie door Newell en Simon (1972). Heuristische aanwijzingen kunnen het vinden van de oplossing naderbij brengen, maar garanderen het vinden van de oplossing niet.

Ook Schoenfeld (1985) noemt in zijn boek over het oplossen van wiskundige problemen expliciete training van heuristieken als een belangrijk aspect van het onderwijs. Leerlingen pikken niet gaandeweg, al oefenend met opgaven, heuristieken op, aldus Schoenfeld; deze moeten expliciet onderwezen worden. Daarbij is het niet voldoende de heuristische regels slechts aan te bieden; leerlingen moeten begeleid worden bij de toepassing ervan; pas gaandeweg moeten ze zichzelf leren begeleiden door het zich eigen maken van een 'managerial strategy'.

Polya's (1957) indeling in heuristische methoden sluit aan bij de vier fasen die hij in het probleemoplossen onderscheidt:

1. Begrijp het probleem.
2. Ontwerp een plan.
3. Voer het plan uit.
4. Kijk terug, dat wil zeggen check de resultaten.

Voorbeelden van heuristieken voor het maken van een goede probleemrepresentatie

zijn: a) Vergewis je ervan dat je het doel, de aanvangssituatie en de toegestane operaties kent. b) Maak een tekening en gebruik de geschikte notatie hierbij. c) Als een wijze van probleemrepresentatie niet tot de oplossing leidt, probeer dan het probleem te herformuleren.

Voorbeelden van heuristieken gedurende de planningsfase zijn: a) Denk aan een bekend probleem dat qua structuur analoog is met het nu op te lossen probleem en probeer dit op te lossen. b) Substitueer bepaalde waarden van de integer variabele (bijv. 0, 1 en 2) en kijk of er een generalisatie uit volgt. c) Breek het probleem op in delen. Als deze delen niet oplosbaar zijn, breek deze dan opnieuw op in kleinere delen en ga zo door tot er problemen van oplosbare omvang ontstaan. (Het laatste voorbeeld kan gelden als voorloper van Newell en Simons 'subgoal analysis'.)

Voorbeelden van heuristieken voor het checken van de resultaten zijn: a) Probeer het probleem op een andere manier op te lossen. b) Check de implicaties van de oplossing.

Schoenfelds (1985) indeling van het probleemoplossingsproces in vijf fasen – en de daarmee samenhangende heuristieken – loopt ongeveer parallel aan de indeling van Polya. Hij onderscheidt: 1. Analyse 2. Ontwerpen van een plan. 3. Exploratie. 4. Implementatie en 5. Verificatie. Aan deze fasen zijn heuristieken gekoppeld die sterk doen denken aan die van Polya, maar die iets meer gedetailleerd zijn.

Uit de opsomming van de genoemde heuristische methoden blijkt dat deze alleen dan succes hebben als het declaratieve en procedurele kennisbestand stevig verankerd is. Ze bouwen daar als het ware op voort. Een heuristische aanwijzing die impliceert dat een analoog probleem moet worden gezocht, dat vervolgens dient te worden opgelost, is alleen dan zinvol als de leerling een analoog probleem kan bedenken en dit bovendien kan oplossen. Niet stevig aanwezige kennis, een gebrek aan 'resources' (Schoenfeld, 1985) zal de oplossing niet naderbij kunnen brengen. Dit geldt ook voor de andere heuristische regels.

Schoenfeld is bovendien van mening dat naast de aanwezigheid van goede resources, begeleiding bij het leren toepassen van de heuristische regels noodzakelijk is. Wij meldden dit reeds eerder. Schoenfeld (1985, p. 73) be-

toogt dat beschrijvingen van heuristische strategieën, bijv. 'ga dit na voor specifieke gevallen' slechts 'labels' zijn voor een categorie van sterk op elkaar voortbouwende strategieën. Veel heuristische labels impliceren een half dozijn meer specifieke strategieën die elk potentiële moeilijkheden bevatten. Training in het gebruik van die strategie moet training in het gebruik van elk van de substrategieën of fasen impliceren en die training moet heel precies en adequaat zijn. 'Self-monitoring' processen zijn daarbij heel relevant.

Schoenfeld heeft aangetoond dat een zorgvuldige training in heuristische methoden, waarbij ook substrategieën expliciet worden getraind, vruchten afwerpt.

De hierboven beschreven heuristische methoden zijn met name ontwikkeld voor toepassing binnen het wiskundeonderwijs. Een aantal van deze aanwijzingen is echter in bredere zin toepasbaar, bijv. 'Als je het probleem niet kunt oplossen, ga dan na of je het kan transformeren naar een probleem waarvan je de oplossing wel kent'. Onderzoek naar het leren hanteren van heuristische methoden in andere gebieden dan de wiskunde (bijv. natuurkunde, biologie) is echter schaars. Omdat de problemen binnen deze gebieden gekenmerkt worden door oplossingsfasen die sterk met de door Polya en Schoenfeld onderscheiden fasen overeenkomen, hebben de genoemde heuristische strategieën hiervoor potentiële relevantie.

Zijn binnen bijvoorbeeld begrijpend lezen en het stelvaardigheidsonderwijs heuristieken relevant? Simons en Lodewijks (1987) hebben leerlingen getraind in het gebruik van zelfdiagnose-heuristieken bij het bestuderen van een studietekst. Leerlingen leerden om zichzelf tijdens en na het lezen vragen te stellen als 'Wat weet ik over dit onderwerp?' en 'Waarom kan ik deze passage niet begrijpen?' Ook leerden ze manieren om deze zelf-gegenereerde vragen te beantwoorden. Teneinde een vraag als 'Begrijp ik wat er bedoeld wordt?' te beantwoorden, kunnen er activiteiten ondernomen worden als: parafraseren, het bedenken van nieuwe voorbeelden, het relateren van delen van de tekst aan elkaar. In de studie van Simons en Lodewijks ontvingen de leerlingen feedback op hun activiteiten; de genoemde activiteiten werden echter niet apart getraind. Dit was bijv. wel het geval in het programma

van Palincsar (1982). In dit onderzoek werden leerlingen van het voortgezet onderwijs getraind om hun tekstbegrip te testen door het regelmatig maken van samenvattingen, het leren voorzien welke vragen de leerkracht zou kunnen stellen, het voorspellen wat waarschijnlijk in de volgende tekstpassage zou voorkomen, e.d.. Hiertoe werd van een reciproke onderwijsmethode gebruik gemaakt, waarbij leerlingen beurtelings de rol van leerkracht en leerling hadden. De trainingsprogramma's bleken zeer effectief.

7 *Problemen bij het onderwijzen van heuristische methoden*

Als leerlingen vastlopen in het oplossingsproces, in een impasse belanden, dan doen ze er goed aan om heuristische strategieën toe te passen. Leerlingen doen dit niet (allemaal en altijd) uit zichzelf; we hebben zojuist al gezien dat het hun systematisch geleerd moet worden. Het aanreiken van de relevante heuristische regel (het 'label') is een onvoldoende voorwaarde voor het vinden van de oplossing en de beheersing van de heuristische regel op den duur. Een meer stapsgewijze begeleiding is veelal nodig. Bij het laten kennismaken met en illustreren van bepaalde heuristische regels kan in principe klassikaal te werk worden gegaan. Maar omdat het nut van deze regels kan worden geïllustreerd aan het concrete vastlopen bij een bepaald probleem, is een meer individuele instructie effectiever. Ook de inoefening kan beter geïndividualiseerd plaatshebben. Het in Nederland voornamelijk klassikale onderwijs kan hiervoor een belemmering zijn.

Computerbestuurd onderwijs in de vorm van (intelligente) tutoriële systemen biedt echter een goed technologisch middel. De toepassing van dit medium is echter allerminst zonder problemen. In principe spelen hier dezelfde problemen als wanneer een individuele leerkracht de leerling begeleidt bij het vinden van de oplossing. Deze problemen worden beschreven in het artikel van De Leeuw, Beishuizen, Van Daalen, Meijer en Perrenet (1987) en van De Leeuw en Beishuizen (in druk). Ook Trismen (1981, 1982) signaleert, zij het minder expliciet, een aantal van deze problemen. Het gaat hierbij om het volgende: 1. Hoe de te bieden hulp laten aansluiten bij de stand van

zaken 'in het hoofd' van de leerling? De leerling geraakt immers op een bepaald punt in het oplossingsproces in een impasse. Op welk punt is dat? Welke oplossingsstrategie was de leerling aan het volgen? 2. Hoe specifiek moet de te bieden hulp zijn? Algemene hulp werkt niet voor elke leerling. Te specifieke hulp reikt de oplossing te veel aan en stimuleert de leerling niet tot nadenken. Binnen een bepaald probleem is er bij een bepaalde impasse voor een bepaalde leerling een optimaal punt op de dimensie algemeen-specifiek. 3. Hoe te bevorderen dat de geboden heuristische hulp 'aankomt', dat deze door de leerling wordt geassimileerd? Een te passieve hulpvorm, waar de leerling niet op hoeft te reageren, kan tot gevolg hebben dat de hulpinhoud niet wordt verwerkt. De leerling tot een reactie dwingen kan voordelen hebben. 4. Hoe moet de leerling, gaandeweg, tot beheersing op eigen kracht komen?

Niet op al deze belangrijke vragen is, zoals ook in de genoemde publikaties is uiteengezet, het definitieve antwoord gevonden. Beantwoording is echter van groot belang, niet alleen voor de (remedial) teacher die hulp biedt, maar ook voor de bouw van intelligente tutoriële systemen. Het is mogelijk om (een deel van) deze vragen door expert-leerkrachten te laten beantwoorden en op grond hiervan de tutor-component van een systeem te voorzien van didactische beslissingsregels. Dit heeft bijvoorbeeld plaats in het recentelijk in dit tijdschrift gepubliceerde onderzoek van Bierman en Kamsteeg (1987).

8 *Tot besluit*

Hiermee is niet alles gezegd over de theorie van het probleemoplossen en de toepasbaarheid daarvan met het oog op concrete onderwijsleersituaties. Zo wijst Bockaerts (1983, p. 206) erop dat de problemen die door de meeste onderzoekers worden bestudeerd met het oog op theorievorming en modelbouw, meestal risico-vrij zijn. De opgaven hebben voor de persoon of de leerling weinig of geen werkelijkheidswaarde en de oplossing ervan heeft geen persoonlijke consequenties, zoals 'afgaan in de ogen van de docent of medeleerlingen', 'een slecht cijfer halen', 'zitten blijven', e.d. Dergelijke subjectieve inschattingen en bijv. ook het hebben van te weinig tijd bepalen

echter wel mede het oplossingsgedrag in ecologisch valide settings. Persoonskenmerken (in die zin van disposities) als faalangst, impulsiviteit en prestatiemotivatie worden, afhankelijk van dergelijke subjectieve inschattingen, geactualiseerd.

De resultaten, aldus Boekaerts (1983), die verkregen worden uit het bestuderen van het oplossingsproces van risicovrije opgaven, dus verkregen in een gereduceerde werkelijkheid, zijn weliswaar bruikbaar voor verdere theorievorming, maar ze zijn niet zonder meer van toepassing op probleemoplossen zoals dat zich in een klas afspeelt. Naast objectieve probleemkenmerken, zoals de gehanteerde beoordelingscriteria en de tijdslimiet, zullen subjectieve kenmerken als ingeschatte competentie, de vereiste inzet en het ingeschatte nut het oplossingsproces meebepalen.

Daarmee wordt door Boekaerts een uiterst relevant aspect van de studie van probleemoplossen met het oog op ecologisch valide settings naar voren gehaald. Het doen van goed onderzoek op dit terrein is niet eenvoudig maar wel heel nodig. Er is nog een lange onderzoeksweg te gaan, zeker als dit onderzoek gericht dient te zijn op het ontwikkelen van interventies om inadequaat handelende leerlingen tot beter probleemoplossend gedrag te brengen. Te denken valt aan leerlingen die weinig planmatig, impulsief handelen of die zodra ze vastlopen de moed opgeven. De in de beide volgende bijdragen gerapporteerde studies vormen voorbeelden van aanzetten op het betreffende gebied.

Literatuur

Bierman, D. J. & P. A. Kamsteeg, De ontwikkeling van een 'intelligent' computergestuurd onderwijssysteem. *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, 335-343.

Boekaerts, M. Enkele kanttekeningen bij het interactionistisch motivatiemodel. In: Th. C. M. Bergen & E. Roede (Red.), *Motivatie gemeten?* SVO-reeks 72. 's-Gravenhage: Stichting voor Onderzoek van het Onderwijs, 1983.

Boekaerts, M., Probleemoplossen: Een eclectische benadering. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, 1983, 8, 193-217.

Boonman, J. H. & A. H. Pennings, Kunnen we kinderen leren creatief te denken? *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, 183-192.

Bruyn, E. E. J. de, *Ontwikkelingen in het onderzoek*

naar prestatiemotivatie; theorie, meetmethoden en toepassing in het onderwijs. Lisse: Swets & Zeitlinger, 1979.

Chi, M. T. H., P. J. Feltovich & R. Glaser, Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 1981, 5, 121-52.

Covington, M. V., R. S. Crutchfield, L. Davies & R. M. Olton, *The productive thinking program: A course in learning to think*. Columbus, Ohio: Merrill, 1974.

Cronbach, L. J. & R. E. Snow, *Aptitudes and instructional methods. A handbook for research on teaching*. New York: Irvington Publishers, 1977.

Deen, N., *Een halve eeuw onderwijs research in Nederland*. Groningen: Wolters-Noordhoff, 1969.

Easterling, J. & J. Pasanen, *Confront, construct, complete: A comprehensive approach to writing*. Rochelle Park, NJ: Hayden Book Co, 1979.

Elshout, J. J., Een goed begrip is het halve werk: over determinanten van effectief beginnersgedrag. In: F. J. Mönks & P. Span (Ed.), *Hoogbegeefden in de samenleving*. Nijmegen: Dekker & Van de Vegt, 1985.

Elshout, J. J., Probleemoplossen als context voor leren probleemoplossen. *Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie*, 1987a, 42, 344-353.

Elshout, J. J., Problem solving and education. In: E. De Corte, J. G. L. C. Lodewijks, R. Parmentier & P. Span (Eds.), *Learning and instruction, Vol. I*. Leuven/Oxford: Leuven University Press/Pergamon Press, 1987b.

Glaser, R., The future of testing: A research agenda for cognitive psychology and psychometrics. *American Psychologist*, 1981, 36, 923-936.

Groot, A. D. de, *Het denken van de schaker. Een experimenteel psychologische studie*. Dissertatie Amsterdam: Noordhollandse Uitgeversmij, 1946.

Guetzkow, H., An analysis of the operation of set in problem solving behavior. *Journal of General Psychology*, 1951, 45, 219-244.

Hayes, J. R. & H. A. Simon, Understanding written problem instructions. In: L. W. Gregg (Ed.), *Knowledge and Cognition*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1974.

Heller, J. I. & J. G. Greeno, *Semantic processing in arithmetic word problem solving*. Paper presented at the Midwestern Psychological Association Convention, 1978.

Heller, J. I. & J. G. Greeno, Information processing analyses of mathematical problem solving. Eric Document Reproduction Service No. ED 180 816. In: R. Lesh, D. Mierkiewicz & M. Kantowski (Eds.), *Applied Mathematical Problem Solving*. Columbus, Ohio: Eric, 1979.

Hermans, H. J. M., *Prestatie-motief en faalangst in gezin en onderwijs*. Amsterdam: Swets & Zeitlinger, 1971.

- Hettema, P.J., *Stijlkenmerken in de waarneming*. Nijmegen: Dekker & Van de Vegt, 1966.
- Holzman, T.G., R. Glaser & J.W. Pellegrino, Processing training derived from a computer simulation theory. *Memory & Cognition*, 1976, 4, 349-356.
- Kohnstamm, Ph., *Leren denken*. In: *Keur uit het didactisch werk van prof.dr. Ph. Kohnstamm*. Groningen: 1952.
- Kotovsky, K. & H.A. Simon, Empirical tests of a theory of human acquisition of concepts for sequential patterns. *Cognitive Psychology*, 1973, 4, 399-424.
- Larkin, J.H., J. McDermott, D.P. Simon & H.A. Simon, Expert and novice performance in solving physics problems. *Science*, 1980, 208, 1335-1342.
- Larkin, J.H., J. McDermott, D.P. Simon & H.A. Simon, Models of competence in solving physics problems. *Cognitive Science*, 1980, 4, 317-345.
- Leeuw, L. de, *Leren probleemoplossen; onderzoek naar het effect van het aanleren van algoritmische en heuristische oplossingsmethoden mede in verband met persoonskenmerken*. Lisse: Swets & Zeitlinger, 1979.
- Leeuw, L. de & J.A. Feij, Veldafhankelijkheid-veldonafhankelijkheid. Een relevant persoonskenmerk in onderwijsleersituaties? *Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie*, 1981, 36, 327-340.
- Leeuw, L. de, Teaching problem solving: An ATI study of the effects of teaching algorithmic and heuristic solution methods. *Instructional Science*, 1983, 12, 1-48.
- Leeuw, L. de & J.J. Beishuizen, *Principles and strategies for providing help within knowledge based tutoring systems and other types of computer guided programs*. Proceedings of the Second International Conference and Exhibition on Children in the Information Age, 1987.
- Leeuw, L. de, J.J. Beishuizen, H. van Daalen, J. Meyer & J. Chr. Perrenet, Het bieden van hulp tijdens computerbestuurde probleemoplossen; problemen en mogelijke oplossingen. *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, 354-363.
- Luchins, A.L., Mechanization in problem solving. *Psychological Monographs*, 1942, 54, whole no. 248.
- Luchins, A.S. & E.H. Luchins, *Rigidity of behavior*. Oregon: University of Oregon Books, 1959.
- Messer, S.B., Reflection-impulsivity: A review. *Psychological Bulletin*, 1976, 83, 1026-1052.
- Mettes, C.T.C.W. & A. Pilot, Factual and procedural knowledge: Learning to solve science problems. In: E. De Corte, J.G.L.C. Lodewijks, R. Parmentier & P. Span (Eds.), *Learning and instruction, Vol. 1*. Leuven/Oxford: Leuven University Press/Pergamon Press, 1987.
- Mettes, C.T.C.W. & A. Pilot, *Over het leren oplossen van natuurwetenschappelijke problemen*. Dissertatie, Technische Universiteit Eindhoven: 1980.
- Mulholland, T.M., R. Glaser & J.W. Pellegrino, Components of geometric analogy solution. *Cognitive Psychology*, 1980, 12, 252-284.
- Newell, A. & H.A. Simon, *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1972.
- Nickerson, R.S., D.N. Perkins & E.E. Smith, *The teaching of thinking*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1985.
- Palincsar, A.S., *Improving the reading comprehension of junior high school students through the reciprocal teaching of comprehension monitoring*. Doctoral Dissertation, University of Illinois at Urbana Champaign.
- Parreren, C.F. van, Algoritmen en heuristieken in het onderwijs. *Pedagogische Studiën*, 1975, 52, 394-405.
- Peters, V.A.M., De rol van de situatie in het meten van motivatie: een klassificatie en dimensionaliserings van schoolse taaksituaties. In: Th. C.M. Bergen & E. Roede (Red.), *Motivatie gemeten?* SVO-reeks 72. 's-Gravenhage: Stichting voor Onderzoek van het Onderwijs, 1983.
- Polya, G., *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press; Doubleday, 1957.
- Reitman, W., Heuristic decision procedures, open constraints and structure of ill defined problems. In: M.W. Shelly & G.L. Byran (Eds.), *Human judgments and optimality*. New York: John Wiley and Sons, 1964.
- Rossum, E.J. van & S. Schenk, De relatie tussen leerconcepties, studiestrategie en leerresultaat. *Pedagogische Studiën*, 1983, 60, 252-262.
- Scardamalia, M., C. Bereiter & B. Fillion, *The little red writing book: A source book of consequential writing activities*. Ontario, Canada: Pedagogy of writing project, OISE, 1979.
- Scardamalia, M. & B. Fillion, Fostering the development of self-regulation in children's knowledge processing. In: S.F. Chipman, J.W. Segal & R. Glaser (Eds.), *Thinking and learning skills. Vol. 2: Current research and open questions*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1985.
- Schneider, W. & R.M. Shiffrin, Controlled and automatic human information processing: I. Detection, Search and Attention. *Psychological Review*, 1977, 84, 1-66.
- Schoenfeld, A.H., Beyond the purely cognitive: belief systems, social cognitions and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science*, 1983a, 7, 329-363.
- Schoenfeld, A.H., Episodes and executive decisions in mathematics problem solving. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press, 1983b.
- Schoenfeld, A.H., *Mathematical problem solving*. Orlando, Florida: Academic Press Inc, 1985.
- Selz, O., Versuche zur Hebung des Intelligenzniveaus. *Zeitschrift für Psychologie*, 1935, 134, 236-301.

- Span, P., *De structureringstendencie als cognitieve stijl aspect*. Utrecht: 1973.
- Span, P. (Red.), Leerling-onderwijs-resultaat. Discussie over ATI. *Themanummer Pedagogische Studiën*, 1985, 62, 357-391.
- Span, P., P. R. J. Simons & W. K. B. Hofstee (Red.), Veld(on)afhankelijkheid. *Themanummer Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie*, 1981, 36, 257-340.
- Span, P. & R. Overtoom-Corsmit, Information processing by intellectually gifted pupils solving mathematical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 1986, 17, 273-295.
- Sternberg, R. J., *Intelligence, information processing, and analogical reasoning: The componential analysis of human abilities*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, 1977.
- Sternberg, R. J., Intelligence research at the interface between differential and cognitive psychology: prospects and proposals. In *Human intelligence: perspectives of the theory and its measurements*. Norwood, NJ: Albex Publishing Corporation, 1979.
- Sternberg, R. J. & J. A. Davidson, Cognitive development in the gifted and talented. In: F. D. Horowitz & M. O'Brian (Eds.), *The gifted and talented, developmental perspectives*. Washington: APA, 1985.
- Trismen, D. A., *The development and administration of a set of mathematics items with hints*. Research Report. Princeton, NJ: Educational Testing Service, 1982.
- Wagner, I. & E. Cimiotti, Impulsive und reflexive Kindern prüfen Hypothesen: Strategien beim Problemlösen, aufgezeigt an Blickbewegungen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 1975, 7, 1-15.
- Witkin, H. A., C. A. Moore, D. R. Goodenough & P. W. Cox, Field-dependent and field-independent cognitive styles and their educational implications. *Review of Educational Research*, 1977, 77, 7-64.
- Witkin, H. A., P. K. Oltman, E. Raskin & S. A. Karp, *A manual for the embedded figures test*. Palo Alto: Consulting Psychologists Press, 1971.

Curricula vitae

L. de Leeuw, zie: *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, pag. 333.

P. Span (1931) studeerde politieke en sociale wetenschappen, zomede psychologie aan de Universiteit van Amsterdam. Tot voor kort verzorgde hij het onderwijs in de psychologie voor pedagogen en andragogen aan de Rijksuniversiteit te Utrecht. Zijn onderzoek betreft vooral het onderwijsleerproces en de invloed die individuele verschillen daarop hebben. De laatste jaren houdt hij zich met name bezig met de invloed van begaafdheidsverschillen.

Correspondentieadres: L. de Leeuw, Vakgroep Psychonomie, Vrije Universiteit, Postbus 7161, 1007 MC Amsterdam

Manuscript aanvaard 12-10-'87

Summary

Leeuw, L. de & P. Span. 'Problem solving in education.' *Pedagogische Studiën*, 1988, 65, 3-15.

After sketching the relevance of problem solving skills for school learning briefly, three stages within the study of problem solving and their outcomes are described. Next two approaches within the teaching of thinking are distinguished. Then the influence of personality characteristics (aptitudes) on the process and product of problem solving is discussed. Inter-individual differences as well as intra-individual differences (amongst them the development from novice to expert) are considered.

The importance of a sound knowledge base (declarative and procedural knowledge) for adequate problem solving is stressed, and related to the 'discovery learning' approach and problem solving activities within school subject matter. It is stated that, in order to teach problem solving, heuristic methods should be taught. Based on a distinction between type of heuristic methods, the way to train students in the use of these methods is considered. Examples of programs, in the field of mathematics and comprehensive reading are mentioned. A number of, partly not fully solved, problems regarding the teaching of heuristic methods is sketched.

At the end, the study of teaching problem solving is placed within a broader conceptual framework.