

## Discussie

# Begripsvorming volgens de 'generalist' Davydov gespecialiseerd

## Een reactie

L. STREEFLAND

*Vakgroep Onderzoek Wiskundeonderwijs en  
Onderwijs Computercentrum (OW & OC)  
Rijksuniversiteit, Utrecht*

### Samenvatting

*In deze reactie gaat het om de rol die algemene en domeinspecifieke onderwijsleertheorieën spelen in curriculum- en onderwijsontwikkeling. Op grond van het algemeen theoretische kader van de Russische leerpsycholoog Davydov als leidraad wordt betoogd, dat de door hem aangehangen structuralistische opvattingen over wiskundeonderwijs daarbij minder goed passen. Vervolgens worden de begrippen leeractiviteit en leermodel uit Davydovs theorie verhelderd aan een voorbeeld tegen de achtergrond van de realistische basisconceptie van wiskundeonderwijs. Tevens blijken daarmee aanzetten tot oplossingen te zijn gegeven voor enkele knelpunten die zich in Davydovs algemene theorie manifesterden.*

### 1 Inleiding

In hoeverre hebben algemene onderwijstheorieën en vakspecifieke theorieën invloed op curriculum- en onderwijsontwikkeling? Is er speelruimte voor ieder binnen de ander? Globaal beschouwd zijn er twee standpunten. Volgens Knoers (1986) berust de noodzaak tot het hebben van domeinspecifieke theorieën op een misvatting. Uit de publikaties van Treffers (1986a, 1986b) blijkt het tegendeel en kunnen algemene theorieën niet zonder specifieke. Haenen en Van Oers (1986) leveren in hun beschouwing over Davydov en de vorming van wetenschappelijke begrippen in het basisonderwijs een interessante bijdrage aan deze kwestie. Dit artikel vormt de aanleiding voor deze reactie, die zich richt op de algemene theorie van Davydov en is dus niet

bedoeld als kritische stellingname ten aanzien van meergenoemd artikel. Wederom is er sprake van het belang van vakwetenschappelijke kennis in verband met de te verrichten *logische* analyse met het oog op het uiteenleggen van kernbegrippen, bewerkingen en procedures in hun onderlinge (vaklogische) samenhang, alsmede van de *psychologische* analyse met het oog op de afstemming van leerstof en leerprocessen op leerlingkenmerken.

Spitsen we nu de discussie 'algemeen-specifiek' toe op Davydovs algemene theorie omtrent de vorming van wetenschappelijke of theoretische begrippen, dan luidt de vraag of het door Haenen en Van Oers geschetste kader 'zonder meer' toereikend is gebleken voor de volledig theoretisch verantwoorde onderwijsontwikkeling. Vooralsnog dient deze vraag ons inziens ontkennend beantwoord te worden.

### 2 Probleemstelling

In de eerste plaats heeft Davydovs theorie tot dusver nog weinig aanwijzingen kunnen geven voor het ontwerpen van geschikte probleemstellingen (Haenen en Van Oers, 1986, 450). De erkenning van de noodzaak van zorgvuldige vakdidactische analyse (ibid, 454 noot 3) vormt een aanwijzing dat met deze bron de ondervonden omissie in de algemene theorie moet worden gecompenseerd.

Bovendien kan aan Davydov het verwijt worden gemaakt dat de logische ordening van de leerstof in zijn curriculum-voorstellen de psychologische processen in het leren domineert (ibid, 450). Ergo, Davydovs vakspecifieke invulling van zijn algemene theorie is aan kritiek onderhevig binnen de kring van kenners. Waarop berusten nu zijn keuzen en in hoeverre zijn deze in overeenstemming met zijn algemene uitgangspunten? In hoeverre wordt er recht gedaan aan nieuwere concepten als 'leeractiviteit' en 'leermodel'? Is er een vakspecifiek alternatief dat beter past? Zie daar de

kwesties waarop we in deze reactie beknopt willen ingaan.

### 3 *Davydovs vakspecifieke positie*

Deze kenmerkt zich – wellicht noodgedwongen – door een zekere mate van tweeslachtigheid. In de eerste plaats onderscheidde het onder aanvoering van Kolmogorov vanaf 1966 ontwikkelde en ingevoerde curriculum voor wiskunde in de Sovjetunie zich door: – rigide opbouw volgens systematische ordening van structuren, en – een hoge graad van formalisering (Keitel, 1982, 110).

In deze onderwijscontext vond de ontwikkeling van Davydovs ideeën plaats. Bovendien voelde hij zich aangetrokken tot de structuralistische opvattingen van de Bourbakigroep (Davydov, 1975). Tegelijkertijd stemde hij in met Lakatos' opvattingen aangaande rationale proces-reconstructie van wiskundige begrippen, operaties en structuren in het onderwijsleerproces (Davydov, 1977); dezelfde Lakatos die zich juist zo sterk afzette tegen Bourbaki en het avontuur bepleitte bij het leren van wiskunde, de heuristiek, de ruimte tot het doen van ontdekkingen, van onderzoek, van het maken van fouten (Lakatos, 1977).

Het historische ontstaansproces van begrippen e.d., de causaal-genetische ontwikkeling, werd door Davydov van essentieel belang geacht voor het inrichten van onderwijsleerprocessen. Dit weerspiegelt en verklaart zijn instemming – tot op zekere hoogte – met Lakatos.

Als gevolg van dit alles '... komt Davydov tot interessante maar aanvechtbare leerstofordeningen. Deze tonen de trekken van een vaksystematische ordening, zij het dat het dan om een zeer specifieke, om niet te zeggen eigenaardige opvatting over wiskunde gaat' (Treffers, 1986, 20). Reeds eerder hebben wij in dit tijdschrift deze eigenaardige opvattingen onder andere omtrent de breuken van de nodige kanttekeningen voorzien (Streefland, 1979, 1980).

De kwestie van de breuken willen we opnieuw aangrijpen om te laten zien hoe het door Davydovs gerichtheid op een algemene ingang hiervoor de theoretische veelzijdigheid ervan wordt ingeruild voor aanvechtbare eenzijdigheid (Freudenthal, 1984, hfdst. 5). Bovendien

heeft Davydov – naar blijkt – zijn historisch-genetisch uitgangspunt in deze veronachtzaamd.

Wat is namelijk het geval? Davydov c.s. (1969) zetten zich af tegen de toen actuele, eenzijdige instap in de breuken via het verdelen binnen een eenheid. In plaats daarvan werd een benadering voorgesteld die aansloot bij de inhoudelijke voorstellen voor het aanvangerwonderwijs (getalbegrip en bewerkingen op basis van grootheden). De concrete leergangsvoorstellen voor de breuken waren niet alleen onvolledig, doch uiterst eenzijdig en formeel (Streefland, 1979). Er werd rechtstreeks en in ijlt tempo afgestevend op het formeel opereren met breuken. Dat te snel en te geforceerd naar dit formeel symbolische niveau werd toegevoerd, wezen de toetsresultaten uit aan het einde van het onderwijsexperiment. Op het punt van de ontwikkeling van het theoretische begrip rationaal getal viel de leergang door de mand (ibid, 294).

Historisch gezien ligt aan de breuken echter het breukverwekkende eerlijk verdelen ten grondslag (Van der Waerden, 1950). Aan deze bron werd door Davydov c.s. mede vanwege de kritiek op het vigerende onderwijs voorbijgegaan. In plaats van deze instap te heroverwegen en op basis van een grondige vakdidactische analyse op zijn juiste waarde te schatten, werd een nieuwe deelleergang opgezet, waaraan dezelfde tekorten kleefden als aan de door Davydov gekritiseerde. Het keurslijf van de formeel-logische ordening van de leerstof heeft alles overschaduwd. Dit kenmerk weerspiegelt ondubbelzinnig dat het eerder geciteerde verwijt dienaangaande terecht is.

### 4 *Davydovs algemene theorie: leeractiviteit en leermodel*

De nadruk die is komen te liggen op de kernbegrippen als 'leeractiviteit' en 'leermodel' weerspiegelt een zeker afstand nemen van de dogmatiek van het leren van wetenschappelijke of theoretische begrippen.

Leeractiviteit wordt in verband gebracht met Marx' idee van de vrije arbeid, waarvan creatieve produktie de kern is, onder de voorwaarde van de mogelijkheid tot intensieve communicatie met anderen, ook historische anderen. Naar het onderwijs vertaald bete-

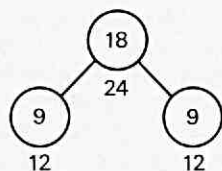
kent dit het hanteren van bewuste leervormen, waarvan reflectie op eigen methoden en op die van anderen (ook historische) en samenwerking het hart vormen (Haenen en Van Oers, 1986, 447). Dit standpunt bevat in feite verborgen kritiek op de structuralistische basisconceptie voor het wiskundeonderwijs, dat hooguit inzichtelijke navolging van wiskunde als systeem kan nastreven, omdat het accent gelegd wordt op het verticaal mathematiseren, het voortgaan binnen de wiskunde als systeem. Het wiskundig materiaal wordt daarbij aan de leerling aangereikt (Treffers, 1986b). Anders gezegd: het wiskundig systeem wordt aan de leerlingen opgelegd, zodat deze niet zelf tot de constructie van theoretische generalisaties komen (Van Oers, 1983; Treffers, 1986a).

Bij Davydovs opvatting van leeractiviteit past echter veel beter de opvatting dat de leerlingen met inzicht de wiskunde leren voortbrengen, dat zij de constructeurs en producenten van hun wiskunde worden. Met andere woorden: Davydovs opvattingen omtrent leeractiviteit zijn in overeenstemming met de zienswijze van wiskunde als menselijke activiteit. Op de lange termijn beschouwd vormt de voortschrijding in het mathematiseren het hart van deze activiteit. Dit houdt niet alleen voortgaan binnen de wiskunde zelf in, maar eerst en vooral het voltrekken van de grensovergang van een reëel probleemveld naar de wiskunde. In deze vakonderwijskundige theorie – de realistische – wordt het uitgangspunt voor het wiskunde bedrijven dus gekozen in de realiteit, die in eerste instantie de bron vormt voor de voortbrenging van wiskundige begrippen, operaties en structuren en later toepassingsgebied is voor het geleerde.

Bij wijze van illustratie geven we een voorbeeld uit het gebied van de breuken, het eerlijk verdelen. Teruggrijpend op het historisch ontstaansproces komen we in een bijna vierduizend jaar oud geschrift, de papyrus Rhind (Van der Waerden, 1950) deze concrete bron voor de breuken tegen: '8 broden verdelen onder 10 mannen'.

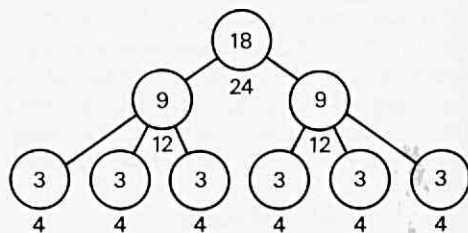
Voor leerlingen van de basisschool zou dit kunnen staan voor bijvoorbeeld 24 kinderen die gezamenlijk in een pizzeria 18 pizza's bestellen en verdelen. Passende vragen zijn dan: Maak een verdeling. Hoeveel krijgt ieder? De situatie geeft aanleiding tot symboolconstructie door de leerling zelf in betekenis nauw verbonden met de situatie, namelijk 24 kinde-

ren rond de tafel en 18 pizza's erop. De 'vierentwintig' zouden ook aan twee tafels hebben kunnen zitten en de pizza's dienovereenkomstig verdeeld. Vormden de twee tafels eerst de ene grote, dan was er dus geschikt en geschoven, met en om de tafels (Figuur 1).



Figuur 1 Tafelschikken

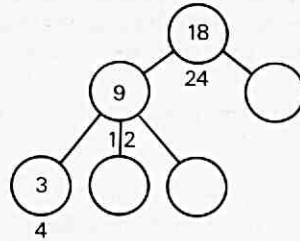
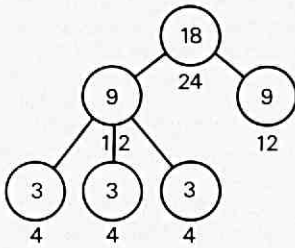
waarbij het niet hoeft te blijven. Zijn eenmaal dergelijke tafeltjes, of met nog kleiner kindertal voortgebracht, dan kan door het voltrekken van een verdeling in een tekening (eventueel) ieders portie worden besteld (Figuur 2)<sup>1</sup>.



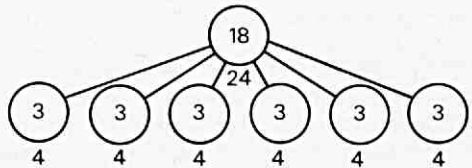
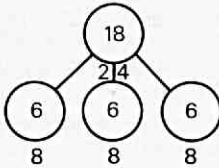
Figuur 2 Schema voor het tafelschikken

Zie hier in een notedop enkele aspecten van een mathematiseringsproces voor negen- à tienjarigen. Het horizontale mathematiseren, de grensovergang naar de wiskunde, kenmerkt zich door de symboolconstructie, waarbij van het nodige in de context moet worden afgezien. De bouw van het schema maakt de poort vrij tot een proces van verticaal mathematiseren, van voortgaan binnen de wiskunde zelf, namelijk:

- door de mogelijkheden tot bezuiniging op het schema die er zijn, bijvoorbeeld door middel van het 'snoeien van takken' (Figuur 3 en 4) of door een meerdelige instap te kiezen in plaats van een tweedeling (Figuur 5 en 6);
- door de toepassing van de methode uit te breiden tot andere situaties, waarin twee grootheden op natuurlijke wijze samenhangen.



Figuur 3 en 4 Verkortingen in het schema



Figuur 5 en 6 Meerdelige instap in het schema

Op de achtergrond speelt de context van het tafelschikken de rol van *situatiemodel* (Treffers, 1986b; Streefland, 1986).

Een dergelijk cognitief procesmodel heeft die abstractie in zich, waarmee naar het concrete van elke nieuwe situatie kan worden toegegaan. Het zijn niet de specifieke, concrete kenmerken van deze bijzondere situatie, die domineren in het beschreven proces, doch de algemene abstractie van het tafelschikken die in de beschouwde context als variabel element vervat is.

Het geheel geeft aanleiding tot het symboliseren en schematiseren van situaties. Het geschetste situatiemodel is een generatief model, er worden nieuwe, in de uitkomst gelijkwaardige situaties mee voortgebracht. Kortom, er is hier sprake van een leermodel volgens Davydov dan aan alle door hem geformuleerde kenmerken voldoet (Haenen en Van Oers, 1986, 450)<sup>2</sup>.

Bovendien zijn de mogelijkheden tot spontaan verkorten zo divers dat steeds na een dergelijke leeractiviteit de gezamenlijke resultaten van de leergroep zullen moeten worden beoordeeld om gezamenlijk keuzen voor het vervolg van het leerproces te kunnen maken.

Anders gezegd, een dergelijke activiteit geeft aanleiding tot reflectie op de eigen methoden en op die van andere kinderen en tot samenwerking met het oog op het vervolg van het leerproces. Daarmee is dan tevens de kwestie van de samenwerking en de interactie van de leerkracht met zijn leerlingen van rele-

vante inhoud voorzien. De realistische vakonderwijskundige theorie voorziet dus ook in dit probleem waartoe Davydovs theorie nog weinig aanwijzingen bleek te geven (ibid, 450).

## 5 Slotsom

Deze kan geen andere zijn dan dat Davydov een voortreffelijk kader heeft gegeven voor een algemene leertheorie. Echter, hieraan zou een andere vakdidactische invulling moeten worden gegeven dan hij gedaan heeft.

In dit korte bestek menen we te hebben aangetoond dat Davydovs domeinspecifieke positie iets tweeslachtigs heeft aangaande de wiskunde, dat zijn onderwijsvoorstellen worden gekenmerkt door eenzijdigheid en systeemdwang. De beperkingen die Davydovs vakdidactiek heeft zijn het gevolg van zijn structuralistische keuzen, die de mogelijkheid tot het doen van eigen constructies (en producties) door de leerlingen, wat inherent is aan zijn opvattingen over leeractiviteit, aanzienlijk beperken. Zij zijn niet het gevolg van zijn algemene theorie.

Kortom, we menen dat de vakspecifieke uitwerking van Davydovs algemene leertheorie, die het best passend is, geen andere kan zijn dan die volgens de realistische basisconceptie, ondanks zijn bedenkingen tegen het zelfontdekken. Het gegeven voorbeeld van het tafelschikken weerspiegelt – en ook ons ontwikkelingsonderzoek wijst dat uit – dat het met de

veelheid van ondoelmatige, chaotische activiteiten en subjectieve en toevallige leerresultaten op deze manier zo'n vaart niet zal lopen (ibid, 448).

## Noten

1. De geschetste activiteiten zullen in de beschrijving van het door de auteur uitgevoerde ontwikkelingsonderzoek binnen de context van een nieuw ontwikkelde deelleergang hun plaats krijgen. Publikatie vindt vermoedelijk in 1987 plaats.
2. Overigens heeft Davydov niet het alleenrecht op een dergelijke beschouwing van leermodellen. Voor overeenkomstige interpretaties verwijzen we naar het werk van de Amerikaan Lesh. Zie in dit verband Lesh & Landau (1983).  
Ook Lesh onderscheidt context-situaties die als situatiemodel het mathematiseren kunnen ondersteunen.

## Literatuur

- Davydov, V. V., Logical and Psychological Problems of Elementary Mathematics as an Academic Subject. In: J. Kilpatrick e.a. (Eds.), *Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics*. vol VII, 1975, 55-109.
- Davydov, V. V., *Arten der Verallgemeinerung im Unterricht. Logischpsychologische Probleme des Aufbaus von Unterrichtsfächern*. Berlin: 1977.
- Davydov, V. V. & Z. Tsvetkovic, Over de concrete bronnen van het breukbegrip, In: V. V. Davydov e.a., *Psychologische mogelijkheden van jonge schoolkinderen in het wiskunde-onderwijs*. Moskou: 1969, hfdst. II.
- Freudenthal, H., *Didactische fenomenologie van wiskundige structuren*. Utrecht: 1984, hfdst. V.
- Haenen, J. & B. van Oers, De vorming van wetenschappelijke begrippen Davydov op de basisschool. *Pedagogische Studiën*, 1986, 63, 445-455.
- Keitel, C., Mathematics Education and Educational Research in the USA and USSR: Two comparisons Compared. *Journal of Curriculum Studies*, 1982, 14, 109-126.
- Knoers, A. M. P., Curriculumontwikkeling en leertheorie. *Pedagogische Studiën*, 1986, 63, 195-204.
- Lakatos, I., *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge, England: 1977.
- Lesh, R. & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: 1983.
- Oers, B. van, Davydov over begrippen in het onder-

wijs. In: J. Haenen en B. van Oers (Red.), *Begrippen in het onderwijs. De theorie van Davydov*, Amsterdam: 1983, 111-160.

- Streefland, L., Davydov, Piaget en de breuken. *Pedagogische Studiën*, 1979, 56, 289-307.
- Streefland, L., Cognitieve ontwikkeling en wiskunde-onderwijs. *Pedagogische Studiën*, 1980, 57, 344-357.
- Streefland, L., Rational Analysis of Realistic Mathematics Education as a Theoretical Source for Psychology. Fractions as a Paradigm. *European Journal of Psychology of Education*, 1986, 1, 67-83.
- Treffers, A., Analyseren en ontwikkelen van rekenwiskunde-onderwijs vanuit twee verschillende basisconcepties. *Pedagogische Studiën*, 1986a, 63, 14-25.
- Treffers, A., *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction - The Wiskobas Project*. Dordrecht: 1986b.
- Waerden, B. L. van der, *Ontwakende Wetenschap. Egyptische, Babylonische en Griekse Wiskunde*. Groningen: 1950.

## Curricula vitae

L. Streefland (1939) was na zijn opleiding tot onderwijzer werkzaam in diverse takken van onderwijs als onderwijzer, schoolleider en wiskundeleeraar. Na voltooiing van zijn wiskundestudie (MO-B) werd hij in 1971 medewerker aan het Wiskobasproject van het IOWO (Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs) aan de Rijksuniversiteit Utrecht. Na voltooiing van zijn doctoraalstudie onderwijskunde en de opheffing van het IOWO (eind 1980) trad hij in dienst van de vakgroep OW & OC (Onderzoek Wiskunde-onderwijs en Onderwijs Computercentrum) van de Subfaculteit Wiskunde aan dezelfde universiteit. Momenteel houdt hij zich bezig met ontwikkelingsonderzoek met het oog op het traceren van lange termijn leerprocessen van basisschoolleerlingen voor probleemgebieden als breuken, verhoudingen en verwante terreinen en theorievorming hieromtrent.

Adres: Vakgroep Onderzoek Wiskunde-onderwijs & Onderwijs Computercentrum Rijksuniversiteit Utrecht, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht

Manuscript aanvaard 24-2-'87

## Summary

Streefland, L. 'The mental constitution of mathematical concepts according to Davydov.' *Pedagogische Studiën*, 1987, 64, 256-261.

The present reaction contributes to the discussion concerning the role general and domainspecific teaching-learning theories play in curriculum and educational development. The author argues that the structuralistic notions of the sovietpsychologist Davydov of mathematics and mathematics education do not correspond with his general theoretical framework very well.

Thereupon the concepts of learning activity and learning model from Davydov's theory have been elucidated by means of an example from the teaching of fractions, in the background of which is the realistic basic conception of mathematics and mathematics education.

At the same time some first steps have been given to solutions for problems which came through in Davydov's theory among other things with respect to the interactive co-operation of pupils and teachers.