

# Het oplossen van redactie-opgaven: een experimenteel onderzoek\*

J.N. VAN DEN BERGE-SCHEIJGROND  
en  
M.W. BLEEK-WAY

## Samenvatting

In dit artikel wordt het resultaat besproken van een onderzoek naar het oplossen van redactie-opgaven. Aanleiding voor dit onderzoek vormde een reeks artikelen over algebraïsering van het rekenonderwijs op de lagere school, die eerder in dit tijdschrift verscheen. (Mascini, 1976; Assink en Verloop, 1977; Freudenthal, 1979a en 1979b; Van Parreren, 1973a en 1975; Wolters, 1976, 1977b en 1978.)

In dit kader trok vooral het onderzoek van Assink en Verloop de aandacht. Hierin werd door middel van een kort experimenteel programma getracht de prestaties van kinderen van een tweede klas lagere school te verbeteren bij het oplossen van redactie-opgaven. Dit was gebaseerd op een Russisch programma ontworpen door Davydov en Mikulina (1969).

De effecten van het experimentele programma werden bepaald door middel van een voor- en een natoets met tien redactie-opgaven. Uit de resultaten bleek dat de groepen die het experimentele programma gevolgd hadden beter presteerden op de natoets dan op de voor-toets, terwijl de controlegroep op de natoets geen vooruitgang boekte ten opzichte van de voor-toets.

In het in dit artikel beschreven onderzoek is het experimentele programma van Assink en Verloop op een aantal punten gewijzigd en vervolgens werd het voorgelegd aan een andere en grotere onderzoeksgroep. De effecten van het programma werden ook bepaald door middel van een voor- en natoets met redactie-opgaven.

De uitkomsten van dit onderzoek bleken ver-

rassend: de groepen die het experimentele programma hadden gevolgd gingen op de natoets niet vooruit, terwijl de controlegroep wel vooruitgang boekte.

In dit artikel worden enige mogelijke oorzaken aangegeven. De belangrijkste conclusie van dit onderzoek is, dat betwijfeld dient te worden of het zinvol is de algebraïsche oplossingsmethoden op de in het artikel omschreven wijze, in te voeren in de onderbouw van de lagere school. Deze conclusie wil nog niet zeggen dat daarmee ook gesteld kan worden dat invoering van algebraïsche oplossingsmethoden in de onderbouw van de basisschool terzijde kan worden geschoven. Wel is duidelijk dat nader onderzoek op dit terrein dringend gewenst is.

## 1 Inleiding

### 1.1 Doelstelling van het onderzoek

In het kader van verschillende onderzoeken naar algebraïsering van het rekenonderwijs verrichtten Assink en Verloop een studie naar het aanleren van deel-geheel relaties (1976). Zij baseerden zich op Russische onderzoeken waarbij Mikulina het begrip 'deel-geheel relaties' als volgt omschrijft: 'Iedere optelling en aftrekking is te beschouwen als een manipulatie met één of meer delen ten opzichte van een geheel. De leerling die inziet hoe een geheel en de delen zich ten opzichte van elkaar verhouden kan in principe elke optel- en aftrekhandeling uitvoeren, onafhankelijk van de vraag of wordt uitgegaan van een deel of van het geheel' (Mikulina, 1969).

In hun onderzoek trachtten Assink en Verloop door middel van een experimenteel programma aan te tonen dat het ook voor kinderen op jonge leeftijd (tweede klas lagere school) mogelijk is met behulp van het werken met deel-geheel relaties de prestaties bij redactie-opgaven te verbeteren. Onder een redactie-opgave wordt verstaan: 'een omschrijving van een concreet probleem dat op mentaal niveau opgelost moet worden en dient te resulteren in een aantal rekenkundige operaties' (Wolters, 1976).

\* Dit artikel is een bewerking van de M.O.-B scriptie onderwijskunde van de auteurs (1979). Zij zijn veel dank verschuldigd aan Dr. L. Tavecchio voor zijn kritische begeleiding.

Bij het oplossen van redactie-opgaven wordt voornamelijk gebruik gemaakt van de 'rekenkundige' oplossingsmethode. Dat wil zeggen dat de opgave 'al redenerend' opgelost wordt. Door middel van het aanleren van deel-geheel relaties trachtten Assink en Verloop een 'algebraïsche' oplossingsmethode in te voeren, waarbij de opgave aan de hand van het opstellen van een vergelijking wordt opgelost. De resultaten van hun onderzoek waren zodanig dat geconcludeerd kon worden dat het invoeren van de algebraïsche oplossingsmethode zinvol is (zie ook: Wolters, 1978).

Naar aanleiding van het onderzoeksverslag van Assink en Verloop, waarbij aanbevelingen<sup>1</sup> werden gedaan voor vervolgonderzoek, werd besloten een soortgelijk onderzoek uit te voeren. Hierbij wordt bedoeld op een replicatie-onderzoek in de zin van 'operationele' replicatie, d.w.z. dat wordt nagegaan of het recept van de eerste onderzoeker in de handen van een andere onderzoeker dezelfde resultaten oplevert (Lykken, 1968). In dit artikel wordt het begrip replicatie-onderzoek steeds in deze zin gebruikt.

Voor de achterliggende theorie wordt verwezen naar het eerder in dit tijdschrift verschenen artikel van Assink en Verloop (1977). In dit onderzoek werden op de volgende punten enige wijzigingen c.q. verbeteringen aangebracht:

- a. de grootte van de onderzoeksgroep
- b. de classesituatie
- c. het experimentele programma
- d. de meetinstrumenten (zie verder 2.2.)

Bedoeling van dit onderzoek is een bijdrage te leveren aan de discussie met betrekking tot het invoeren van de algebraïsche oplossingsmethode in het reken-(wiskunde-)onderwijs.

1.2 *De ontwikkeling van de probleemstelling*  
Assink en Verloop gingen uit van de volgende probleemstelling: 'Is het mogelijk het oplossen van redactie-opgaven te verbeteren door de leerlingen een algemeen rekenprogramma aan te bieden, waarin geprobeerd wordt inzicht te verschaffen in de mathematische structuur van de opgaven?'

In een vervolg op deze probleemstelling ontwikkelden zij een onderwijsprogramma waarin gestreefd werd inzicht te verschaffen in deel-geheel relaties. Binnen dit programma maakten zij onderscheid tussen letter- en cij-

fersymbolen. (Zie 2.1.) De meest concrete hypothese die kon worden aangetroffen, luidde: (Assink en Verloop, 1976, blz. 47) 'Bij het aanleren van de deel-geheel relaties is het beter te werken met lettersymbolen dan met cijfers'.

Als algemene 'hypothese' werd geformuleerd: (o.c., blz. 49) 'De leerlingen faalden in het algemeen bij het oplossen van redactie-opgaven niet zozeer op grond van tekstcomponenten dan wel op grond van het niet of niet voldoende voorzien van de mathematische structuur die aan de opgaven ten grondslag ligt.'

Naar onze mening ontbreekt hier een eenduidige en expliciete ontwikkeling van een algemene probleemstelling naar een specifiek te onderzoeken hypothese.

Bij de probleemstelling in het onderzoek van Assink en Verloop stond de introductie van de algebraïsche oplossingsmethode bij het onderwijzen van redactie-opgaven centraal. Derhalve werd in ons onderzoek de algemene probleemstelling als volgt geformuleerd: 'Is het zinvol algebraïsche oplossingsmethoden met betrekking tot redactie-opgaven in te voeren in de onderbouw van de lagere school?'

Deze algemene probleemstelling werd concreetiseerd in een viertal hypothesen:

1. *De gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de experimentele letterconditie-groep is hoger dan de gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de experimentele cijferconditie-groep.* (score = het aantal goede oplossingen)
2. *De gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de experimentele letterconditie-groep is hoger dan de gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de controle letterconditie-groep.*
3. *De gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de experimentele cijferconditie-groep is hoger dan de gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de controle cijferconditie-groep.* En tenslotte:
4. *De gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de totale experimentele groep (dus groep 1 en 2 samen) is hoger dan de gemiddelde verschillscore tussen voor- en natoets van de totale controle-groep (dus groep 3 en 4 samen).*

Naar onze mening kunnen de resultaten van deze kwantitatieve benadering op de diverse voor- en natoetsen een antwoord geven op de

in de probleemstelling opgeroepen vraag.

## 2 Het onderzoek

In 2.1. wordt een samenvatting gegeven van de onderzoeksopzet en de resultaten van Assink en Verloop, zoals deze door de onderzoekers zelf werden beschreven (Assink en Verloop, 1977). In 2.2. volgt een overzicht van de aangebrachte wijzigingen c.q. verbeteringen in het replicatie-onderzoek.

### 2.1 Het onderzoek van Assink en Verloop

De onderzoeksopzet en de resultaten werden als volgt samengevat:

'De klas werd in drie gematchte groepen verdeeld; groep A kreeg het programma aangeboden waarbij voortdurend gebruik werd gemaakt van lettersymbolen i.p.v. cijfers (dit omdat wij vermoedden dat dit de leerlingen zou dwingen zich op de deel-geheel relatie zelf te richten, eenvoudig omdat er 'niets' te rekenen valt); groep B kreeg het programma met gewone cijfersymbolen; groep C fungeerde als controlegroep en ging verder met het gewone rekenprogramma'.

'De effecten van ons programma gingen wij na door vergelijking van voor- en natoetscores (voor- en natoets waren equivalent). Groep A presteerde op de natoets significant beter dan op de voortoets, groep B presteerde ook duidelijk beter, maar niet significant, terwijl groep C op de voor- en natoets een gelijk gemiddelde had. Vergelijking van de verschillcores leverde geen enkel significant resultaat op'.

'Aan het eind van de cursus werd een kwalitatieve analyse uitgevoerd bij elke leerling afzonderlijk. Hierbij bleek onder meer dat bepaalde 'kritische' opgaven door sommige leerlingen nog niet konden worden uitgevoerd; enige hulp leidde echter bijna altijd tot opmerkelijke prestatieverbetering'.

'Het totale programma nam twaalf lessen in beslag en werd door ons naast het gewone rekenprogramma gegeven'.

### 2.2 De wijzigingen c.q. verbeteringen bij het replicatie-onderzoek

Op de volgende onderdelen van de onderzoeksopzet werden wijzigingen c.q. verbeteringen aangebracht:

1. de grootte van de onderzoeksgroep
2. de klassesituatie
3. het experimentele programma
4. de meetinstrumenten

Allereerst volgt nu een schematische weergave van de beide onderzoeksopzetten (Campbell en Stanley, 1966).

#### 2.2.1 De grootte van de onderzoeksgroep

Bij het onderzoek waren 72 leerlingen, verdeeld over vier tweede klassen, betrokken. Het experimentele programma werd uitgevoerd op een lagere school in Leiden waar zich twee parallel lopende tweede klassen bevonden. Deze klassen waren gematcht op voortoets en op het Paasrapportcijfer rekenen, waarna de twee experimentele groepen werden samengesteld.

Voor de controlegroepen werden twee an-

VOORTOETS (10-tal redactie-opgaven)

MATCHING (op voortoets en rapportcijfer rekenen)

A (N = 8)	B (N = 8)	C (N = 8)
Davydov-training (met letters)	Davydov-training (met cijfers)	Werken aan het gewone rekenprogramma
Programma deel-geheel relaties (met letters)	Programma deel-geheel relaties (met cijfers)	
Kwalitatief individueel onderzoek		

NATOETS (10-tal redactie-opgaven)

Figuur 1 Onderzoeksopzet van Assink en Verloop \*) N = 24

VERLENGDE VOORTOETS (20-tal redactie-opgaven)

VOORTOETS (2 × 14 redactie-opgaven)

MATCHING (op voortoets en rapportcijfer rekenen)

A (N = 18)	C (N = 18)	B (N = 18)	D (N = 18)
Davydov-training met letters	gewone rekenprogramma	Davydov-training met cijfers	gewone rekenprogramma
Programma deelgeheel relaties (met letters)		Programma deelgeheel relaties (met cijfers)	
Kwalitatief individueel onderzoek		Kwalitatief individueel onderzoek	

NATOETS (2 × 14 redactie-opgaven)

Figuur 2 Onderzoeksopzet van het replicatie-onderzoek \*) N = 72

dere scholen gebruikt, (1 Leidse en 1 Haagse) waarbij er op werd gelet dat de sociaal economische milieus vergelijkbaar waren en dat de gebruikte rekenmethode overeenkwam met die van de experimentele groepen. De leerlingen van de controlegroepen werden op grond van de resultaten behaald op de voortoets en het Paasrapportcijfer voor rekenen gekoppeld aan de leerlingen van de experimentele groepen. Dat de vier groepen bij aanvang van het experimentele programma met betrekking tot het prestatieniveau vergelijkbaar waren, blijkt uit Tabel 1.

Tabel 1 Gemiddelde scores en standaardafwijkingen op de voortoets

Groep	N	$\bar{X}$	S
Groep A (exp. lettercond.)	18	17.38	5.40
Groep B (exp. cijfercond.)	18	17.44	5.77
Groep C (contr. lettercond.)	18	16.33	5.73
Groep D (contr. cijfercond.)	18	17.22	5.81

\*) Score = het aantal items goed.

### 2.2.2 De klasse-situatie

In het onderzoek werd er naar gestreefd de klasse-situatie tijdens het experimentele programma zo normaal mogelijk te houden. Hier werd voor gekozen omdat de Russische onderwijsexperimenten ook zoveel mogelijk in de

reële onderwijssituatie plaatsvinden (Van Pareren en Carpay, 1972; Carpay, 1975). Vandaar dat de beide experimentele groepen les kregen van hun eigen onderwijzers. Ook werden zowel de voortoets als de natoets in alle groepen door de eigen onderwijzers in de oorspronkelijke 'klassikale' situatie afgenomen.

De leerkrachten werden als volgt door de onderzoekers geïnstrueerd:

- voorafgaand aan het onderzoek vond een oriënterend gesprek plaats om de bereidheid te toetsen aan het onderzoek mee te werken;
- vóór elke les besprak de onderzoeker met de leerkrachten de docentenhandleiding;
- na elke les werd het verloop van de les o.a. met behulp van de leerlingenboekjes besproken.

In het replicatie-onderzoek is aldus gezorgd voor een intensieve begeleiding van de leerkrachten middels voor- en nabesprekingen.

In het onderzoek van Assink en Verloop kon de 'normale' klassesituatie niet gehandhaafd blijven omdat de klas in drie groepjes van acht leerlingen gesplitst moest worden en de beide onderzoekers lesgaven in de experimentele groepen. In deze werkwijze van Assink en Verloop schuilt het gevaar van een 'experimentatoreffect'. Het is immers niet makkelijk voor een onderzoeker om zich van zijn eigen onderzoek te distantiëren.

### 2.2.3 *Het experimentele programma*

Het totale experimentele programma nam 12 lessen van ongeveer 35 minuten in beslag. Het programma werd in twee delen verdeeld: de eerste vier lessen bevatten de Davydov-training, de laatste acht lessen bevatten het programma deel-geheel relaties van Mikulina.

In de Davydov-training werden bepaalde zaken behandeld die noodzakelijk waren voor het volgen van het programma van Mikulina. De oorspronkelijke versies van deze beide programma's bestonden uit ieder zo'n 40 lessen verdeeld over een heel schooljaar.

Assink en Verloop kozen diè onderdelen uit het Davydov-programma die zij als noodzakelijke voorkennis vereist achtten voor het eigenlijke programma deel-geheel relaties. Omdat er van uitgegaan werd dat de keuzen die Assink en Verloop gemaakt hadden de juiste waren, werd besloten in het onderhavige onderzoek ditzelfde programma te handhaven. Ook de indeling van letter- en cijferconditie werd overgenomen. Assink en Verloop gaven zowel theoretische als praktische argumenten voor het werken met letter- en cijfersymbolen. Theoretisch gezien baseerden zij zich op Russische onderzoekingen waaruit bleek dat het mogelijk was het aanvankelijk rekenen te starten met lettersymbolen en pas daarna getallen in te voeren. Door de opgave met behulp van lettersymbolen te formuleren werden de leerlingen gedwongen zich op de mathematische structuur te richten en werd een 'vlucht' in rekenmanipulaties voorkomen.

Het praktische argument dat aangevoerd werd, was dat een duidelijk verschil in prestaties tussen leerlingen die wèl en leerlingen die nièt ge-algebriseerd rekenonderwijs gevolgd hadden, de meeste leerkrachten van de basisschool zou kunnen overtuigen van het nut van 'algebra' op de lagere school.

In hun onderzoeksverslag gaven Assink en Verloop een zo gedetailleerd mogelijke beschrijving van het programma. Deze beschrijving bestond uit een docentenhandleiding met een letterlijke instructie voor de leerkracht. Na bestudering bleek deze handleiding op een aantal punten onvolledig, zo ontbraken o.i.:

- een doelomschrijving per les;
- een duidelijke didactische opbouw;
- een duidelijk begin en einde van de afzonderlijke lessen;
- een consequent uitschrijven van de letterlijke teksten van de twaalf lessen.

Om deze onduidelijkheden te voorkomen is de docentenhandleiding op deze punten aangepast<sup>2</sup>. De inhoud van deze handleiding bestond tevens uit oefeningen en evaluatie-opgaven. Om een goed overzicht van de gemaakte opgaven per leerling te verkrijgen werd een leerlingenboekje samengesteld, onderverdeeld in letter- en cijferconditie. Dit boekje had ook tot doel de lessen voor de leerlingen zo aantrekkelijk mogelijk te maken. Tevens zouden eventuele tekorten in het lesprogramma met behulp van deze leerlingenboekjes gesignaleerd kunnen worden en zouden individuele verschillen tussen de leerlingen vastgesteld kunnen worden.

### 2.2.4 *De toetsen*

De voor- en natoets van Assink en Verloop bestonden elk uit 10 redactie-opgaven met dezelfde moeilijkheidsgraad. Deze opgaven waren ontleend aan de alledaagse schoolpraktijk. Hiervoor maakten zij een analyse van een aantal rekenmethodes en inventariseerden zij de soorten redactie-opgaven die in de tweede klas van de lagere school voorkomen. Zij letten met name op de mathematische structuur die aan de redactie-opgaven ten grondslag lag. Het doel van de toetsen was uitspraken te doen over de effecten van het experimentele programma.

Uit het onderzoeksverslag van Assink en Verloop werd niet duidelijk of zij getracht hebben de kwaliteit van hun meetinstrument vast te stellen c.q. te verbeteren.

In het onderhavige onderzoek zijn de resultaten van de voortoets gebruikt als een criterium voor de samenstelling van de groepen. Het doel van de natoets was gegevens te verzamelen om een analyse van het experimentele programma mogelijk te maken.

Aanvankelijk lag het in de bedoeling de toetsen van Assink en Verloop te handhaven en alleen de betrouwbaarheid te vergroten door de toetsen met 10 identieke opgaven te vergelijken. Deze verlengde voortoets werd voorgelegd aan een groep leerlingen, die verder niet bij het onderzoek betrokken was. Dit werd gedaan om de kwaliteit van het meetinstrument te kunnen vaststellen. De groep bestond uit leerlingen die qua milieu en qua gehanteerde rekenmethode vergelijkbaar waren met leerlingen uit de onderzoeksgroep. De resultaten van deze verlengde voortoets werden bekeken op moeilijkheidsgraad ( $p = .62$ ), item

test correlatie ( $r_{it} = .49$ ) en betrouwbaarheid. ( $r_{kr20} = .91$ ) Ook werd de mathematische structuur van de opgaven geanalyseerd. Hieruit bleek dat van de 10 opgaven van Assink en Verloop slechts 7 opgaven een verschillende mathematische structuur hadden<sup>3</sup>. Besloten werd om aan de hand van deze 7 verschillende structuren, zowel voor de voor- als voor de natoets, 28 redactie-opgaven ( $4 \times 7$ ) te maken die qua constructie gelijk waren aan de opgaven van Assink en Verloop. Tijdens de afname van voor- en natoets werd na 14 redactie-opgaven een pauze ingelast om de factor vermoeidheid zoveel mogelijk uit te schakelen. De instructie van voor- en natoets en het tijdstip van afname binnen de verschillende groepen was gelijk.

### 3 De onderzoeksresultaten

Vergelijking van de scores van de vier groepen op voor- en natoets leverde de volgende resultaten op:

- Bij de experimentele letterconditie groep is het gemiddelde verschil tussen voor- en natoets *niet* significant. Er is dus geen vooruitgang.
- Bij de experimentele cijferconditie groep is het gemiddelde verschil tussen voor- en natoets *niet* significant. Ook hier is er dus geen vooruitgang.
- Bij de beide controlegroepen is een duidelijke vooruitgang geboekt bij vergelijking van het gemiddelde verschil tussen voor- en natoets.

Laatstgenoemde resultaten worden gegeven in navolging van - en in vergelijking met Assink en Verloop.

Belangrijker vinden wij het maken van een vergelijking tussen de *gemiddelde verschillscores* van de diverse groepen. Dit zijn de scores

die het gemiddeld verschil tussen voor- en natoets van de experimentele groepen en de controlegroepen aangeven. Bij deze procedure worden in elke conditie de verschillscores per leerling berekend; de vier series verschillscores die nu ontstaan worden onderling vergeleken en er kan bepaald worden of er een verschil is in de mate van vooruitgang tussen de vier groepen. De vier hypothesen, zoals genoemd in de probleemstelling, zijn op deze laatste vergelijking gebaseerd.

Ook Assink en Verloop maakten deze vergelijking. Zij geven aan dat in geen van de gevallen significante verschillen opgetreden zijn. Assink en Verloop baseren hun conclusies voornamelijk op de resultaten voor de afzonderlijke groepen. De resultaten van de vergelijking door middel van verschillscores worden slechts genoemd en niet als zodanig in de conclusies betrokken.

De toetsing van de hypothesen in het replicatie-onderzoek vindt men in Tabel 2.

*Na toetsing van de hypothesen bleek dat er voor geen van de geformuleerde hypothesen steun gevonden kon worden in het verzamelde cijfermateriaal.*

Voor de conclusies die hieruit getrokken kunnen worden, wordt verwezen naar paragraaf 4.

Mede doordat de toetsing van de hypothesen niet aan de gestelde verwachtingen voldeed, werd gekeken naar de correlaties die berekend werden tussen voor- en natoetsgegevens. Gezien de kleine verschillen tussen de resultaten behaald door de beide experimentele groepen en de kleine verschillen tussen de resultaten behaald door de beide controlegroepen, werden de correlatieberekeningen gemaakt over de gehele experimentele groep en de gehele controlegroep. Deze berekeningen zouden een indicatie kunnen geven omtrent de samenhang tussen voor- en natoets.

Ook Assink en Verloop maakten een soort-

Tabel 2 *t*-toets gegevens over de 4 hypothesen\*)

Hypothesen	t-waarde	df	opmerkingen
hypothese 1	$t = 0.06$	17	niet significant
hypothese 2	$t = -3.06^1$	17	niet significant
hypothese 3	$t = -0.98$	17	niet significant
hypothese 4	$t = -3.08^1$	35	niet significant

\*)  $\alpha = 0.05$

1) verschil in niet verwachte richting

Tabel 3 *Correlatie matrix\**)

	natoets exp. groep	natoets controle-groep	rapport cijfer rekenen
voortoets exp. groep	.86		.61
natoets exp. groep			.70
voortoets contr. groep		.70	.49
natoets contr. groep			.58

\*)  $p < 0.01$ .

gelijke berekening. Zij berekenden namelijk de correlatie van voor- en natoets van de totale groep en vonden een correlatie van .56.

Uit de correlatieberekening van .86 voor de experimentele groep en .70 voor de controle-groep blijkt dat het verband tussen voor- en natoets van beide groepen hoog is. Zie Tabel 3.

Naar analogie van Assink en Verloop werd ook de samenhang tussen toetsscores en rapportcijfer rekenen onderzocht. Dit om na te gaan of de toetsen als representatief voor de alledaagse school-activiteiten mochten worden beschouwd. Bij Assink en Verloop bleek de samenhang tussen het rapportcijfer rekenen en de voortoets .53 te zijn, terwijl de samenhang tussen het rapportcijfer rekenen en de natoets .39 bleek. Beide berekeningen betroffen de totale groep.

Conclusie met betrekking tot het onderhavige onderzoek is dat de gevonden correlaties van .61, .70, .49 en .58 hoog genoemd mogen worden.

#### 4 *Discussie en conclusies*

De in paragraaf 1.2 geformuleerde verwachting dat leerlingen die het experimentele programma volgen, redactie-opgaven beter zullen oplossen dan leerlingen die het gewone rekenprogramma volgen, werd *niet* bevestigd. Evenmin als de verwachting dat leerlingen die een experimenteel onderwijsprogramma volgen waarin lettersymbolen aangeleerd worden, een beter resultaat zouden boeken dan leerlin-

gen die eenzelfde onderwijsprogramma volgen waarin cijfersymbolen worden aangeleerd.

Het was ronduit verrassend dat deze beide verwachtingen niet werden bevestigd. Bovendien werd geconstateerd dat de leerlingen die het experimentele programma volgden géén vooruitgang boekten op de natoets, terwijl de leerlingen die het gewone rekenprogramma volgden wél vooruitgang boekten.

Hieruit moet geconcludeerd worden dat het experimentele programma niet aan zijn doel heeft beantwoord. Daarnaast kan de conclusie getrokken worden dat het onderscheid in letter- en cijferprogramma niet tot het verwachte verschil in resultaten leidde.

Assink en Verloop benadrukken in hun artikel de resultaten behaald door de drie afzonderlijke groepen. Zouden zij de toetsing door middel van verschildscores als belangrijkste resultaat aangemerkt hebben, dan zou voor de beide onderzoekingen gelden dat het experimentele onderwijsprogramma niet aan de verwachtingen heeft voldaan.

In het hiernavolgende is getracht een aantal verklaringen op te stellen voor deze onderzoeksresultaten. Ze zijn te onderscheiden in twee categorieën, namelijk onderwijskundige en onderzoekstechnische verklaringen.

##### 4.1 *Onderwijskundige verklaringen m.b.t. de onderzoeksresultaten*

Het experimentele onderwijsprogramma wijkt nogal af van het gewone rekenprogramma wat de leerstof, de doelen en de werkwijze betreft.

Voor het in dit artikel beschreven onderzoek

geldt dat zowel op de school van de experimentele groepen, als op de scholen van de controlegroepen wordt gewerkt met de 'Niveaucursus rekenen' van Vossen. In deze methode kan ieder zijn eigen tempo bepalen en wordt er dikwijls individuele uitleg gegeven. Door het klassikale karakter van het experimentele programma en de letterlijke instructie voor de leerkrachten is de experimentele onderwijssituatie mogelijkwijs te afwijkend geweest van het gewone rekenprogramma.

Een andere mogelijke verklaring betreft de doelen. Het algemene doel werd getoetst door middel van het afnemen van een voor- en een natoets bij alle groepen. Naast het algemene doel is er per les een doelomschrijving gemaakt. Het is de vraag of de afleiding naar lesdoelen in het experimentele programma aansluit bij het algemene doel.

Zowel voor dit onderzoek als voor het onderzoek van Assink en Verloop geldt dat een verklaring zou kunnen liggen in het aantal lessen dat het experimentele programma bevatte. Het experimentele onderwijsprogramma viel uiteen in vier lessen Davydov-training en acht lessen deel-geheel relaties. De oorspronkelijke versies van deze beide programma's bij Davydov en Mikulina bestaan uit zo'n 40 lessen, verdeeld over een heel schooljaar. De totale hoeveelheid leerstof, ook al is daar een keuze uit gemaakt, is te veelomvattend geweest om in twaalf lessen voldoende behandeld te kunnen worden. Bovendien kunnen vraagtekens geplaatst worden bij de gedane keuzen.

Een andere verklaring kan te vinden zijn in de opbouw van het programma, wat de overgang van concreet naar abstract betreft. Assink en Verloop gaven onder andere als aanbeveling voor vervolgonderzoek aan, dat in het experimentele programma gelet moet worden op een zorgvuldiger overgang van concreet naar abstract. In dit onderzoek is hier aan gewerkt door het gedetailleerder uitschrijven van de betreffende lessen, door het geven van extra voorbeelden en door het werken met het leerlingenboekje. Waarschijnlijk is dit toch niet voldoende geweest want bij analyses van de opgaven van de leerlingenboekjes bleek, dat juist in de opgaven die de overgang van concreet naar abstract behandelen, veel fouten gemaakt zijn.

Een volgende verklaring kan zijn dat de inhoud van het experimentele programma en de inhoud van de opgaven van de natoets te veel

uiteenlopen. In het programma van Mikulina was er een aantal lessen die specifiek gericht zijn op het oplossen van redactie-opgaven met behulp van schema's, vergelijkingen en formules<sup>4</sup>.

Een laatste verklaring betreft de structuur van de opgaven van de toetsen. In de toetsen zijn redactie-opgaven met zeven verschillende mathematische structuren verwerkt. Deze structuren werden verkregen na analyse van de redactie-opgaven die in de tweede klas van de lagere school in de rekenmethode voorkomen. Uitgaande van deze structuren zijn de teksten voor de redactie opgaven opgesteld. Enkele opgaven hebben een zodanige complexe mathematische structuur dat, achteraf gezien, de tekst van deze opgaven zo moeilijk geweest kan zijn dat de leerlingen er een leesprobleem bij kregen, met andere woorden toch de taalfactor?

#### 4.2 *Onderzoekstechnische verklaringen m.b.t. de onderzoeksresultaten*

Ten eerste zijn de leerlingen uit het onderzoek van Assink en Verloop wellicht niet goed vergelijkbaar met de leerlingen uit het replicatieonderzoek. Het betreft immers Utrechtse, Leidse en Haagse leerlingen. Zo is bijvoorbeeld het sociaal economisch milieu bij Assink en Verloop beschreven als z.g. 'oude volksbuurt'. Zij spreken over een 'zo ongunstig mogelijke situatie'. De Leidse en Haagse leerlingen komen sociaal economisch gezien uit een 'gemiddeld' gezin. Dit omdat wij, ook op dit gebied, een zo normaal mogelijke onderzoeksituatie wilden creëren.

Een tweede verklaring kan gevonden worden in de verschillende wijzen waarop het programma gepresenteerd werd. In het onderzoek van Assink en Verloop waren de onderzoekers degenen die het programma presenterden. Dit heeft het voordeel dat zij het programma zeker zeer gemotiveerd hebben gebracht. Een onderzoeker ziet immers graag resultaten van zijn onderzoek: 'experimentator effect'. Tevens heeft dit nadelen voor de generaliseerbaarheid van het onderzoek. Deze kan hierdoor worden beïnvloed. In het onderhavige onderzoek werd het experimentele programma door de eigen leerkrachten gepresenteerd. Dit heeft het voordeel van de 'normale klassesituatie'. Nadeel is dat de onderzoeker minder te weten komt van de lessen. Dit werd wel grotendeels opgeheven door de intensieve bege-



leiding die deze leerkrachten kregen. (zie 2.2.2.) Ook had dit nadeel wellicht opgeheven kunnen worden door middel van het verzamelen van observatiegegevens; dergelijke gegevens werden echter niet verzameld (Verloop, 1979). Beide leerkrachttoewijzingen hebben dus zowel voor- als nadelen.

Om de kwaliteit van de natoets na te gaan werd deze geanalyseerd op de volgende criteria: betrouwbaarheid, discriminatie en moeilijkheid. Hieruit blijkt dat de natoets voldoende betrouwbaar is ( $r_{kr20} = .89$ ). Ook blijkt de toets goed te differentiëren tussen bekwame en onbekwame leerlingen (82% van de items heeft een zeer goede  $r_{it}$  waarde); slechts 6 van de 28 items bleken te gemakkelijk na berekening van de p-waarden.

#### 4.3 Besluit

Een laatste conclusie wordt getrokken met betrekking tot de algemene probleemstelling die ten grondslag ligt aan het onderzoek: 'Is het zinvol algebraïsche oplossingsmethoden met betrekking tot redactie-opgaven in de onderbouw van de lagere school in te voeren'.

Op basis van de resultaten van dit onderzoek mag *niet* geconcludeerd worden dat het inderdaad zinvol is de algebraïsche oplossingsmethoden, op de hierboven uitgevoerde wijze, in te voeren in de onderbouw van de lagere school.

De belangrijkste uitkomst van het onderzoek is dat de algebraïsche oplossingsmethoden op de in het artikel omschreven wijze niet hebben geleid tot betere rekenprestaties. Die uitkomst wil nog niet zeggen dat daarmee ook gesteld kan worden dat invoering van algebraïsche oplossingsmethoden in de onderbouw van de basisschool terzijde kan worden geschoven. Een innovatie in het onderwijs wordt niet enkel door een meereffect van een bepaald programma gelegitimeerd. Nieuwe doelstellingen van het rekenonderwijs al of niet samenhangend met nieuwe theoretische inzichten over leerprocessen kunnen evenzeer een reden zijn voor invoering van vernieuwingen. Wel is duidelijk dat nader onderzoek op dit terrein dringend gewenst is.

#### Noten

1. De aanbevelingen voor vervolgonderzoek van Assink en Verloop waren:

- a. verder onderzoek naar de vraag of het beter is om te werken met lettersymbolen dan met cijfersymbolen;
- b. in het experimentele programma letten op een zorgvuldiger overgang van concreet naar abstract;
- c. het programma zou een langere tijdsperiode moeten beslaan;
- d. verder onderzoek met een grotere onderzoeksgroep.

2. De aangepaste docentenhandleiding werd aan Verloop voorgelegd en door hem goedgekeurd.
3. De mathematische structuur van de tien opgaven van de toets zoals gebruikt door Assink en Verloop is als volgt:
  1.  $A + B = x$
  2.  $A - B = x$
  3.  $x - A = B$
  4.  $A - B = x$
  5.  $A - B = x$
  6.  $x - A = B$
  7.  $(A + B + C) - (A_1 + B_1) = x$
  8.  $x + A + B = C$
  9.  $A + B + C = x$
  10.  $A - B - x = C$
4. Om het experimentele programma zo vergelijkbaar mogelijk te houden met het programma van Assink en Verloop zijn deze lessen ook niet opgenomen in het vervolgonderzoek.

#### Literatuur

- Assink, E. M. H. & N. Verloop, *Het aanleren van deel-geheel relaties als bijdrage tot de mathematisering van het aanvankelijk rekenen*. Stage-onderzoeksverslag, Vakgroep Onderwijskunde, Utrecht: 1976.
- Assink, E. M. H. & N. Verloop, Het aanleren van deel-geheel relaties in het aanvankelijk rekenonderwijs. *Pedagogische Studiën*, 1977, 54, 130-142.
- Berge-Scheijgrond, J. N. van den & M. W. Bleek-Way, *Het oplossen van redactie-opgaven opnieuw onderzocht*, M.O.B. scriptie Onderwijskunde, Katholieke Leergangen, Tilburg: 1979.
- Campbell, D. T. & J. C. Stanley, *Experimental and quasi-experimental designs for research*. Chicago: Rand McNally, 1966.
- Carpay, J. A. M., *Onderwijsleerpsychologie en leer-gangontwikkeling*. Groningen: Tjeenk Willink, 1975.
- Freudenthal, H. F., Lessen van Sovjet rekenonderwijskunde. *Pedagogische Studiën*, 1979a, 56, 17-25.
- Freudenthal, H. F., Structuur der wiskunde en wiskundige structuren; een onderwijskundige analyse, *Pedagogische Studiën*, 1979b, 56, 51-61.

- Lykken, D. T., Statistical significance in psychological research. *Psychological Bulletin*, 1968, 66, 151-159.
- Mascini, N. W. J., Oplossingsmethoden bij het rekenonderwijs in de basisschool. *Pedagogische Studiën*, 1976, 53, 49-56.
- Mikulina, G. G., Algebraïsering van het aanvankelijk wiskunde onderwijs en het denkniveau van de leerlingen van de basisschool. In: V.V. Davydov (Ed.), *De psychologische mogelijkheden van de leerlingen van de basisschool bij het leren van wiskunde*, (vertaling IPAW, Utrecht) Moskou: 1969.
- Parreren, C. F. van & J. A. M. Carpay, *Sovjetpsychologen aan het woord*, Groningen: Wolters-Noordhoff, 1972.
- Parreren, C. F. van, Leren denken getoetst 1 en 2, *Pedagogische Studiën*, 1973a, 50, 319-328 en 361-374.
- Parreren, C. F. van, De relatie onderwijs cognitieve ontwikkeling in de Russische psychologie. In: J. de Wit (Ed.), *Psychologen over het kind 3*, Groningen: 1973b.
- Parreren, C. F. van & W. A. van Loon-Vervoorn, *Denken Teksten en analyses Sovjet-psychologie 1*. Groningen: Tjeenk Willink, 1975.
- Parreren, C. F. van, Leren denken anno 1975, *Pedagogische Studiën*, 1975, 52, 363-369.
- Parreren, C. F. van & J. M. C. Nelissen, *Rekenen. Teksten en analyses Sovjet-psychologie 2*. Groningen: Wolters-Noordhoff, 1977.
- Verloop, N., Formatieve curriculum evaluatie en onderwijs psychologie, *Pedagogische Studiën*, 1979, 56, 147-162.
- Wolters, M. A. D., *Het oplossen van redactiesommen*. Utrecht, Interne publikatie Interimrapporten 2, 3 en 4, 1975, 1976 en 1977a.
- Wolters, M. A. D., Ph. Kohnstamm en L. S. Vygotsky over de relatie cognitieve ontwikkeling en onderwijs, *Pedagogische Studiën*, 1976, 53, 126-131.
- Wolters, M. A. D., Mathematische problemen, oplossingsmethoden en de cognitieve ontwikkeling van de leerlingen van de basisschool, *Pedagogische Studiën*, 1977b, 54, 298-306.
- Wolters, M. A. D., Van rekenen tot algebra, Utrecht: Academisch Proefschrift, 1978a.
- Wolters, M. A. D., Algebra op de basisschool – ja of nee, *Pedagogisch Tijdschrift*, 1978b, 4, 227-235.
- Wolters, M. A. D. & J. N. Streumer, Een bijdrage tot mathematisering van het rekenonderwijs, *Pedagogische Studiën*, 1978, 55, 169-178.

### Curricula vitae

J. N. van den Berge-Scheijgrond (1949) doorliep de Pedagogische Academie, behaalde MO-B Pedagogiek, studierichting onderwijskunde, en is werkzaam in het lager onderwijs.

Adres: Paganinistraat 22, Leiden

M. W. Bleek-Way (1942) genoot haar opleiding aan de Sociale Academie, studierichting cultureel werk, behaalde MO-B Pedagogiek, studierichting onderwijskunde en is werkzaam in het vormingswerk voor werkende jongeren.

Adres: Westduinweg 1607, 's-Gravenhage

Manuscript aanvaard 9-6-'81