

Algoritmen en heuristieken in het onderwijs

C. F. VAN PARREREN

Psychologisch Laboratorium, Rijksuniversiteit Utrecht

1. *Functie van algoritmen en heuristieken in het oplossen van problemen*

Om de functie die algoritmen en heuristieken in het probleem-oplossen kunnen hebben te kenschetsen, moeten wij kort ingaan op het verloop van probleem-oplossingsprocessen. Hierbij maken wij gebruik van een op Duncker (1935) gebaseerd model, waarvan de waarde door empirisch onderzoek werd bevestigd en dat werd uitgewerkt door Kuljutkin (1970).

In korte bewoordingen gesteld, komt het oplossingsproces volgens dit model erop neer, dat de oplosser begint met een fase van *probleemanalyse*, waardoor hij komt tot *probleemtransformatie*; het daardoor ontstane nieuwe probleem wordt dan zó nodig opnieuw geanalyseerd om vervolgens te worden getransformeerd enzovoorts, totdat ten slotte een transformatie van het probleem leidt tot de oplossing. Onder probleemtransformatie wordt verstaan het vervangen van het probleem (A) door een ander (B) of eventueel het splitsen van het probleem in meerdere problemen (B_1 , B_2 , enz.) en wel zo dat door oplossing van het probleem (de problemen) B het probleem A tevens is opgelost. Het gaat dus om de ieder bekende redenering in de geest van: ik zou de oplossing (van A) hebben, als ik eenmaal de oplossing wist voor . . . (= B). Dergelijke transformaties vinden plaats na een min of meer uitgebreide inspectie en analyse van de probleemsituatie, van het doel, de gegevens, de essentiële moeilijkheid in het probleem enz.

Dit proces van probleemanalyse kan een maximaal creatief proces zijn. Het is echter ook mogelijk, dat probleemanalyse leidt tot de ontdekking van bepaalde kenmerken van het probleem, waardoor het probleem wordt herkend als behorend tot een bepaald *type*, waarvoor men de weg naar de oplossing althans in principe kent. Het probleem is dan getransformeerd tot een probleem waarvoor men over een *oplossingsmethode* beschikt. In sommige gevallen worden wij geconfronteerd met problemen die zonder dat verdere transformatie nodig is als een bekend type kunnen worden thuisgebracht. Men kan stellen,

dat ook in die gevallen het probleem-oplossen begint met een, zij het summiere, fase van probleem-analyse; deze kan men dan als *probleemidentificatie* aanduiden.

Het begrip oplossingsmethode is, zoals bekend, door Selz (1922) in de denkpsychologie ingevoerd. Naderhand is men ertoe overgegaan binnen dit ruime begrip een onderscheid aan te brengen, en wel tussen algoritmische en heuristische methoden, ook wel kortweg aangeduid als algoritmen en heuristieken¹. Het belangrijkste praktische verschil tussen deze typen van methoden is, dat het gebruik van algoritmen het vinden van de oplossing garandeert, terwijl het toepassen van een heuristiek weliswaar de oplossingskans vergroot, maar geen 100% oplossingszekerheid geeft.

De simpelste vorm van een algoritme is: 'Indien het probleem de kenmerken a_1 , a_2 , enz. heeft, dus van type A is, doe dan p.' Ingewikkelder algoritmen (meestal spreekt men alleen in die gevallen van algoritmen) zijn nodig, als de handeling p niet direct tot de oplossing leidt. Het algoritme schrijft dan bijv. voor na p, q te doen, of ook: na het doen van p na te gaan welke toestand is ingetreden binnen een limitatief opgesomd aantal mogelijkheden. Het algoritme geeft dan verder aan, dat, als toestand B is ingetreden, men q moet doen; is echter toestand C ingetreden, dan moet r worden uitgevoerd, enz. Op deze wijze leidt het algoritme de oplosser tot de oplossing. Wij merken hierbij op, dat het volgen van een algoritme het oplossingsproces in zoverre niet verandert, dat ook hier het probleem wordt opgelost via één of meer achtereenvolgende probleemtransformaties; het probleem A wordt immers getransformeerd tot B, C, enz. maar in tegenstelling tot het creatieve oplossen is nu voor het vinden van de transformaties geen eigen ontdekking nodig: elke volgende transformatie sluit aan bij een door het algoritme voorgeschreven identificatie van de toestand waarin het probleem zich bevindt.

Heuristieken zijn eveneens regels voor het voltrekken van probleemtransformaties. De algemene formulering van een heuristiek luidt: 'Indien het

probleem de kenmerken a_1 , a_2 , enz. heeft, dus van type A is (of: van type A lijkt te zijn), probeer dan p.' De oplossingsonzekerheid die bij het toepassen van een heuristiek blijft bestaan, kan verschillende oorzaken hebben. De onzekerheid kan op de onnauwkeurigheid van de omschrijving van 'type A' berusten. Hierop slaat de passage tussen haakjes: in vele gevallen valt het niet 'hard' vast te stellen, of het probleem tot type A behoort: de gegeven kenmerken definiëren het type niet volledig. Een voorbeeld voor wie enigermate van de theorie van het schaken op de hoogte is: een heuristiek als 'Biedt de tegenstander ruil van paard tegen loper aan, ga daar dan op in als het de eigen slechte loper betreft' illustreert dit, immers of een loper 'slecht' is, is niet in alle gevallen even duidelijk vast te stellen: lopers vertonen een gradatie van 'slechtheid', en lopers kunnen ook alleen slecht schijnen. Een andere oorzaak voor oplossingsonzekerheid treffen wij aan in de schaak-heuristiek 'Beschikt men over het loperpaar, open dan de stelling'. Hier is het vaststellen van het kenmerk (type A) doodeenvoudig, maar kan de omschrijving van 'handeling p' moeilijkheden geven: hoe men de stelling moet openen, is in vele gevallen problematisch. Ten slotte zijn er ook heuristieken in en buiten het schaakspel die beide onzekerheidsfactoren bevatten, dus zowel ten aanzien van de identificatie van de situatie als van de uitvoering van de handeling.²

Uit het bovenstaande volgt, dat men mensen kan leren problemen op te lossen, als men erin slaagt ze algoritmen, c.q. heuristieken bij te brengen. Of men hierbij voor het een of het ander kiest, hangt o.a. af van de aard van de problemen waarop men zijn onderwijs richt. Voor vele problemen zijn bijv. geen algoritmen bekend; voor andere is het niet altijd praktisch algoritmen te onderwijzen. Deze problematiek is op instructieve wijze behandeld door Landau (1969, hfdst. 6), waarnaar wij hier verwijzen. Behalve het onderwijs in algoritmen en/of heuristieken kan men ook proberen methoden voor de probleemanalyse over te brengen. Dit is een veel moeilijker opgave, omdat het hier gaat om een onderwijsdoel waarvan ons de inhoud veel minder bekend is. Wat wij mensen precies doen in de probleemanalyse-fasen van oplossingsprocessen, is nog een voorwerp van intensief onderzoek, waarbij men zich momenteel ook nog bezighoudt met het vinden van geschikte onderzoeksmethoden (vgl. hierover bijv. Puškin in Van Parreren & Van Loon, 1975, 3.9). Anderzijds is het richten van het onderwijs op het meest creatieve aspect van oplossingsprocessen een uitdaging, die het waard lijkt te aanvaarden, omdat de indruk bestaat dat methoden van probleemanalyse

algemener, op een veel bredere scala van problemen toepasbaar zijn dan heuristieken en algoritmen.

In feite zijn er allerlei pogingen ondernomen om het gebeuren in de probleemanalyse-fase te beschrijven en daardoor onderwijsbaar te maken. Bekend is het werk van Polya (1945). In verschillende onderzoeken lopen trouwens de begrippen probleemanalyse-methode en heuristiek door elkaar. Omdat ze echter op verschillende fasen van het oplossingsproces betrekking hebben, fasen, waarin het procesverloop zelf allerlei verschillen vertoont, achten wij het aanhouden van de onderscheiding wèl nuttig. Om in het vervolg de uiteenzetting van verschillende experimenten duidelijk te houden zullen wij de term 'heuristiek' altijd alleen in de enge betekenis gebruiken. Probleemanalyse-methoden zullen wij, waar wij ze willen onderscheiden van heuristieken, als zodanig aanduiden, of kortweg als *denkregels*. Willen wij, om de uiteenzetting in bepaalde gevallen niet node-loos omslachtig te maken, géén onderscheid maken tussen heuristieken en denkregels, dan gebruiken wij de uitdrukking 'denktechniek'.

2. De relatie tussen denktechniek en kennis

In het bovenstaande is nergens expliciet sprake geweest van kennis als factor in het probleem-oplossen. Hoewel tegenwoordig algemeen erkend wordt, dat méér kennis niet automatisch tot beter oplossen van problemen leidt, valt het toch niet te ontkennen dat voor het oplossen van problemen kennis, voor sommige zelfs zeer veel kennis vereist is. De vraag is dus, hoe 'denktechniek' en 'kennis' bij het oplossen van problemen ineen grijpen.

Met een beeld is dit gemakkelijk duidelijk te maken: men kan kennis opvatten als denkinstrumentarium, en vergelijken met een stuk gereedschap zoals zaag of vijl. Denktechniek moet men dan vergelijken met technische vaardigheden als zagen en vijlen. Uit deze vergelijking wordt duidelijk, dat beide, denktechniek en kennis onmisbaar zijn: beschikt men over gereedschap, maar weet men dit niet te gebruiken, dan kan men evenmin een werkstuk voltooiën als wanneer men wèl de vaardigheid beheerst, echter niet de beschikking heeft over het vereiste gereedschap.

Natuurlijk kunnen wij, om de relatie tussen denktechniek en kennis volledig te doorzien, niet volstaan met dit beeld, maar moet nauwkeurig worden aangegeven hoe beide in het oplossingsproces ineen grijpen. Wij kunnen hiertoe gebruik maken van het in de vorige paragraaf geschetste model. Dat hield

onder meer in, dat de oplosser het probleem onderwerpt aan een reeks transformaties totdat hij een transformatie kan voltrekken die direct leidt tot de oplossing. Dit 'direct leiden tot de oplossing' komt in feite echter neer op het toepassen van kennis, d.w.z. van begrippen, principes, stellingen e.d. van een bepaald vakgebied. De oplosser stelt vast, dat hij na een bepaalde transformatie een probleem bereikt, 'dat geen probleem meer is', d.w.z. dat hij het nagestreefde doel door toepassing van beschikbare kennis direct kan bereiken. Of de probleemtransformaties daarbij wel of niet door het gebruik van heuristieken zijn tot stand gekomen, maakt voor de relatie tussen denktechniek en kennis niets uit. Wel moet worden opgemerkt, dat het werken met heuristieken óók kennis veronderstelt; men moet nl. niet alleen de heuristische regel kennen,³ maar ook de kenmerken van de situaties waarin deze van toepassing is. Voor het onderwijs kunnen wij die vorm van kennis echter tot de denktechniek rekenen, immers indien heuristieken worden onderwezen, zal men vanzelfsprekend de voor hun toepassing nodige kennis ook aanbrengen. In het vaak voorkomende geval, dat het onderwijs zich tot 'vakinhoudelijke' kennis beperkt, komt die vorm van kennis ook niet ter sprake.⁴

Het is inderdaad een bekende tekortkoming van veel onderwijs, dat men zich tot de vakinhouden beperkt. Het resultaat hiervan is dan, dat de overgebrachte kennis veelal niet 'functioneert', d.w.z. dat de leerlingen niet zien hoe zij, gesteld voor een probleem dat er in principe mee op te lossen is, dit in feite moeten doen. Hier ligt ook een bron voor sterke niveauverschillen tussen leerlingen: sommige nl. ontdekken 'en passant' hoe je problemen op het betrokken vakgebied kunt aanpakken (of lezen dit af van het gedrag van de leraar). Voor andere leerlingen is deze eis te zwaar; ze leren de verworven vakkennis in het geheel niet of niet optimaal gebruiken. Belangrijk is dus, dat falen bij het oplossen van problemen (opgaven, vraagstukken) niet altijd hoeft te worden toegeschreven aan het niet of onvoldoende kennen van de 'theorie', maar dat het ook veroorzaakt kan worden door een onvoldoende denktechniek, waardoor de wel aanwezige kennis niet functioneert (vgl. ook Van Parreren, 1974).

3. Onderwijs in denktechniek (experiment van Landa)

Wij zullen nu een experiment van Landa (1959) bespreken, waarin de waarde van denktechnische regels voor het oplossen van problemen op het gebied van de meetkunde fraai wordt aangetoond.

Landa begon met een z.g. constaterend experiment. Hiervoor gebruikte hij 20 meetkunde-opgaven (bewijzen), nl. 10 gemakkelijke, waarbij de tekening reeds duidelijk suggereerde welke stelling moest worden gebruikt, en 10 wat moeilijker opgaven. Als proefpersonen fungeerden 18 leerlingen van achtste klassen van Leningradse scholen, d.w.z. leerlingen die reeds voor het derde jaar meetkundeles kregen. Bij wijze van voortraining waren met deze leerlingen *alle* stellingen gerepeteerd, die voor het leveren van de twintig bewijzen nodig waren. Tijdens het oplossen van de opgaven mochten de proefpersonen bovendien hun theorieboek raadplegen en konden zij aan de proefleider vragen hoe een bepaalde stelling precies luidde, als ze dit vergeten waren en niet zo gauw in het boek konden vinden. Al deze maatregelen dienden er uiteraard toe om de proefpersonen een optimale beschikking te geven over de vereiste vakinhoudelijke kennis, om aldus een des te beter inzicht te krijgen in hun denktechniek. Met het oog op dit laatste werden de experimenten individueel uitgevoerd, en werd aan de ppn. verzocht zoveel mogelijk hardop te denken.

De kwantitatieve resultaten van dit constaterende experiment zijn weergegeven in tabel 1. De proefpersonen zijn verdeeld in vier categorieën, naar hun niveau van presteren in het wiskundeonderwijs. Categorie 1 zijn zwakke wiskundeleerlingen, categorie 4 zijn de uitstekende wiskundeleerlingen, enz.

Tabel 1 Resultaten van het constaterende experiment (% correct opgeloste opgaven)

niveau	1	2	3	4
aantal ppn.	2	3	9	4
10 gemakkelijke opgaven	80	84	99	100
10 moeilijke opgaven	10	17	19	45

Uit de tabel blijkt, dat het resultaat bij de gemakkelijke opgaven over het algemeen bevredigend was (al misten de leerlingen van de twee zwakste categorieën er toch nog verschillende), maar dat de moeilijker opgaven, die kennelijk één of meer probleemtransformaties vereisten (en dus denktechniek!) voordat duidelijk was welke stelling(en) kon(den) worden gebruikt, de meeste van de onderzochte leerlingen te machtig waren. Zelfs de beste wiskundeleerlingen (de *otličniki* in het Russisch, de uitblinkers) slaagden gemiddeld niet eens bij de helft van de opgaven.

Wat mankeerde er nu aan de denktechnische aanpak van deze leerlingen? Op grond van protocol-

analyse kon Landa een indruk krijgen van wat er zoal fout ging in de oplossingsprocessen van de proefpersonen. De belangrijkste tekortkomingen bleken de volgende te zijn:

1. De kennis van de leerlingen bleek met het oog op het oplossen van opgaven niet op adequate wijze te zijn gesystemiseerd. De leerlingen *beschikten niet over de theoretische kennis in een 'operationele' vorm*. Landa licht dit toe met enkele voorbeelden. De leerlingen hadden bijv. geen kant en klaar antwoord bij de hand op vragen als: hoe kan ik zoal gelijkheid van hoeken bewijzen? En hoe van lijnstukken? Hoe bewijs ik, dat een figuur een ruit is? In de meetkundeles bleek er nooit aandacht besteed te zijn aan dit soort systematisering van de kennis; alleen het bewijzen van congruentie van driehoeken vormde hierop een uitzondering.
2. De leerlingen vertoonden over het algemeen *een chaotische aanpak* bij het zoeken naar een bewijs. Er ontbrak, vooral bij zwakke leerlingen, systeem in hun oplossingshandelingen: er was bijv. geen ordelijke inspectie van de gegevens en van de tekening, ze trokken op de bonnefooi hulplijnen, enz. Oplossingen werden nogal eens door een min of meer gelukkige greep gevonden. De grote meerderheid van de leerlingen had trouwens geen duidelijk idee van wat bewijzen eigenlijk was en vereiste.
3. De leerlingen hadden er over het algemeen ook veel moeite mee hun werkwijze mee te delen. Ook van operaties die ze correct en op het juiste moment uitvoerden, *waren ze zich niet of onvoldoende bewust*. Het is duidelijk, dat waar het denkhandelen onvoldoende bewust in zijn werk gaat, de bewuste controle en het bewust plannen van de denkactiviteit te wensen zullen laten.

Op dit constaterende experiment liet Landa een formerend experiment volgen. Hiermee wilde hij de resultaten van het constaterende experiment toetsen: indien de vermelde tekortkomingen inderdaad de oorzaak vormen van de slechte prestaties van de proefpersonen, dan moet onderwijs dat gericht is op het opheffen van deze tekorten, leiden tot duidelijke verbetering van de prestaties. In het algemeen kan uit het formerende experiment blijken dat onderwijs in denktechniek, althans in een bepaald geval, mogelijk is; en dat door aan de vereiste vak-kennis de adequate denktechnische middelen te paren, goede resultaten bij probleem-oplossen op het betrokken terrein mogelijk zijn.

Landa koos voor het formerende experiment een tiental proefpersonen uit, en wel van het eerste, het

tweede en het vierde niveau telkens één, alsmede zes van het derde niveau. Deze leerlingen kregen na het maken van een voortoets, een uitgebreide training. De training bestond uit drie lessen, waarin de techniek van het vinden van een bewijs in de meetkunde systematisch werd behandeld. Het zou te veel ruimte in beslag nemen om nauwkeurig weer te geven, wat Landa in deze 'cursus' allemaal opnam. Hoofdpunten waren echter een uiteenzetting van wat er bij bewijzen eigenlijk gebeurt (als men bijv. congruentie van driehoeken moet bewijzen moet men in de figuur zoeken naar kenmerken, op grond waarvan die congruentie kan worden vastgesteld; zijn die niet gegeven, dan zoekt men verder naar kenmerken, op grond waarvan iets te bewijzen valt, dat kan leiden tot de kenmerken voor congruentie, enz.); voorts werd uitgebreid aandacht besteed aan het operationeel maken van de aanwezige kennis in de vorm van zoveel mogelijk complete lijsten van kenmerken (twee bogen zijn gelijk als: . . .); en ten slotte mondde de training uit in een tiental *denkregels* voor het vinden van meetkundebewijzen.

Dit waren regels als:

- kijk naar wat gegeven is, en naar wat bewezen moet worden
- leidt uit de gegevens zoveel mogelijk conclusies af (Wat weet ik van een gelijkbenige driehoek? e.d.)
- breng het gevraagde in de vorm: om te bewijzen, dat . . . heb ik nodig . . .
- zoek in de tekening de relevante elementen op, en tracht ze met allerlei andere elementen in relatie te brengen (Hoe kan ik die twee lijnstukken nog meer opvatten? enz.)

Na de uiteenzetting en de demonstratie van deze regels aan voorbeelden waarin hun toepassing bijzonder frappeerde, werden de leerlingen de regels nogmaals ter bestudering gegeven. Hierna volgde de tweede fase van het trainingsprogramma, waarin de leerlingen praktisch met de regels leerden werken. Een vijftiental trainingsopgaven werd hiertoe door-gewerkt, waarbij de leerling een kaartje met de regels voor zich had liggen en de proefleider uitsluitend ingreep, als een proefpersoon verzuimde op het juiste moment een bepaalde regel toe te passen, of als hij dit niet op de juiste wijze deed. (De ppn. wisten, dat het bewijzen niet altijd in volgorde van de regels verliep, maar dat je de juiste regel telkens moest vinden.) Indien de pl. ervan overtuigd was, dat een pp. zich het vinden van een bewijs naar behoren eigen had gemaakt, werd met de trainingsopgaven gestopt. Er werden echter nooit meer dan 15 opgaven doorgewerkt. Hierop volgde de natoets. Er was voor gezorgd, dat er geen grote gelijkenis

bestond tussen de trainingsopgaven en de opgaven uit de natoets. Ten dele waren voor natoetsopgaven stellingen vereist die in de trainingsfase nooit nodig waren geweest.

Het resultaat van het formerende experiment was zeer overtuigend. Niet alleen werd 87% van de opgaven van de natoets goed opgelost tegenover 25% in de voortoets, maar ook leerde een analyse van de oplossingsprocessen, dat de proefpersonen in hoge mate hadden geprofiteerd van het onderwijs. Daarbij speelde niet alleen een rol, dat ze door de training over kennis in operationele vorm waren gaan beschikken, maar ook dat ze het proces van probleemanalyse (waarop de denkregels waren gericht) beter waren gaan beheersen. Dit resultaat is ook daarom belangrijk, omdat eruit blijkt, dat ook het meest creatieve aspect van het denken voor training vatbaar is. Onderwijs in het denken hoeft bepaald niet altijd op een 'africhten op bepaalde regeltjes' neer te komen.

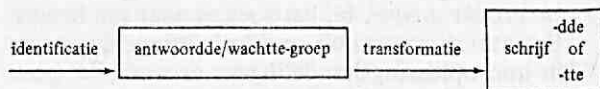
4. Algoritmen in het onderwijs: een onderzoek van Kooreman

Wij willen nu een voorbeeld bekijken, hoe een blijkens de praktijk zeer moeilijk type opgave door onderwijs in algoritmen beheersbaar gemaakt kan worden. Wij doelen hier op het leren van de spelling van de Nederlandse werkwoordsvormen op basis van een door Kooreman uitgewerkte algoritmisering (Kooreman, 1974).

Zoals in paragraaf 1 reeds is uiteengezet, geeft een algoritme 100% oplossingszekerheid, omdat de oplosser, als hij de condities voor een bepaalde handeling heeft vastgesteld, zeker weet dat die handeling hem verder tot het doel zal brengen. Nu veronderstelt dit enerzijds het kunnen vaststellen van de condities, waarvoor de oplosser over de vereiste kennis moet beschikken; en anderzijds moet hij in staat zijn de voorgeschreven *handelingen* feilloos tot uitvoering te brengen. De kennis die voor het kunnen werken met een algoritme vereist is, is kennis die in onmiddellijke relatie tot het leren handelen, d.i. het oplossen van opgaven, moet worden verworven⁵; d.w.z. het is kennis waarvoor het probleem van het functioneren zich niet voordoet. De tweede van de genoemde voorwaarden wordt in de theorie van de algoritmisering van het onderwijs gewoonlijk geformuleerd als de eis, dat alle door het algoritme voorgeschreven handelingen *elementaire operaties* moeten zijn, d.w.z. dat de persoon voor wie het algoritme is bedoeld ze zonder haperen en feilloos kan uitvoeren. Wij zullen deze punten nu geïllustreerd zien in

Kooremans aanpak van het probleem van de werkwoordspelling.

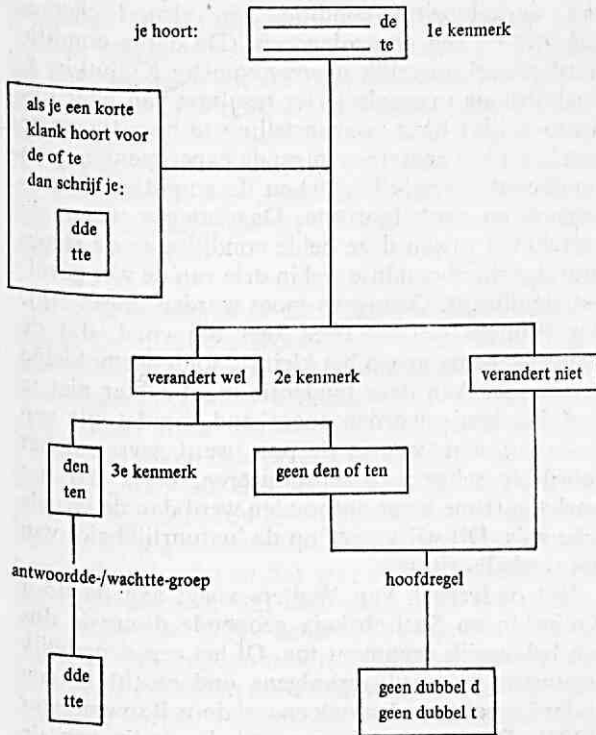
Kooreman onderscheidt bij de spelling van de werkwoordsvormen een aantal gevallen. In sommige daarvan geldt wat hij de *hoofdregel* noemt: 'je schrijft zoals je het hoort'. (In *hoort* zelf bijv. hoor je een t-klank, dus schrijf je ook een t.) Er zijn echter ook gevallen, waarin deze hoofdregel niet opgaat. Deze deelt Kooreman in in een vijftal groepen. Eén hiervan is bijv. de *antwoordde/wachtte-groep*, waarin -de of -te wordt gehoord, maar -dde of -tte wordt geschreven. Deze groep laat zich exact definiëren door middel van drie kenmerken, nl.: de vorm eindigt akoestisch op -de of -te, het is een persoonsvorm, en de infinitief van het werkwoord eindigt op -den of -ten. Kooreman heeft nu het volgende handelingsschema ontworpen:



m.a.w. de kinderen leren eerst vast te stellen tot welke groep een bepaalde werkwoordsvorm behoort (hoofdregel- of anderszins, in ons voorbeeld *antwoordde/wachtte*), d.w.z. ze voltrekken een *identificatie*, en vervolgens voeren ze een bepaalde operatie uit (hier schrijf *-dde* resp. *-tte*), d.w.z. ze gaan over tot een *transformatie*.

Omdat er echter een aantal groepen onderscheiden moeten worden, en elk daarvan via meer dan één kenmerk moet worden geïdentificeerd, heeft Kooreman algoritmen ontworpen waarmee de kinderen stap voor stap en systematisch kunnen leren werken. Als voorbeeld geven wij het algoritme, dat de kinderen moeten toepassen als zij -de of -te horen (zie volgende blz.). Wij laten het aan de lezer over het algoritme te 'controleren', en staan alleen stil bij de wijze waarop het tweede kenmerk wordt geïdentificeerd. Om nl. vast te stellen of de onderzochte vorm een persoonsvorm is of niet, leert Kooreman de kinderen om de zin 'in de andere tijd te zetten', d.w.z. van de verleden in de tegenwoordige of van de tegenwoordige in de verleden tijd, om daarbij na te gaan of de werkwoordsvorm (akoestisch) verandert of niet. (Vgl. Jan bekeek de vergrote foto → Jan bekijkt de vergrote foto, waarbij *vergrate* dus niet verandert, en volgens het algoritme de hoofdregel gevolgd moet worden.) Men ziet dat in dit geval ten behoeve van de identificatie een subalgoritme nodig is, dat zelf op een transformatie berust.

Ook het omgekeerde komt voor. Een van de ande-



re groepen die Kooreman onderscheidt, is de *word(t)-groep*. Wij staan hier niet stil bij de identificatie-procedure, maar letten alleen op wat bij vormen die tot deze groep behoren in de transformatiefase moet gebeuren. Heeft men nl. vastgesteld, dat een vorm tot deze groep behoort, dan moet een nieuwe identificatie volgen, om de juiste transformatie te kunnen kiezen. De zin waarin de vorm voorkomt moet nl. als een ik-zin, een jij-zin of een hij/zij/het-zin worden geïdentificeerd. Is het een ik-zin, dan moet -d worden geschreven, is het een hij/zij/het-zin, dan -dt; is het echter een jij-zin, dan is nog weer een volgende identificatie nodig, immers onderzocht moet worden, of het een geval van inversie betreft of niet (jij houdt/houd jij?).

Uit deze voorbeelden blijkt, dat identificatie en transformatie bij algoritmen voortdurend in elkaar grijpen. Ook is duidelijk, dat de eis dat alle operaties elementair zijn, vaak leidt tot de consequentie, dat subalgoritmen moeten worden ingevoerd. Voor de ontwikkelde volwassen Nederlander is bijv. het vaststellen van de persoonsvorm in een zin een elementaire operatie, voor de kinderen op de basisschool moet het dit nog worden, en is in eerste instantie een sub- of hulpalgoritme noodzakelijk.

Wordt dit alles nu niet veel te ingewikkeld? Dit is een vraag, die alleen via onderzoek, i.c. via school-

experimenten beslist kan worden. Kooreman is hiermee bezig, en de eerste ervaringen, zo deelt hij mee, zijn gunstig. Natuurlijk is het hierbij zeer belangrijk van welke theorie met betrekking tot de organisatie van onderwijsleerprocessen men uitgaat. Kooreman heeft voor de theorie van Gal'perin gekozen, wat juist omdat het om basisschoolleerlingen en om een algoritmische procedure gaat, een zeer zinvolle keuze is.

Aan het probleem van de 'ingewikkeldheid' zit echter nog een kant. Doel van algoritmisering in het onderwijs is, dat de leerlingen in gevallen waar dit mogelijk is systematisch, foutloos, en dus ook zelfstandig leren handelen (het algoritme kan ook als controlemiddel uitstekende diensten bewijzen!). Maar men moet tevens de eis stellen, dat de leerling het op den duur zonder het algoritme zal kunnen stellen. De werkwoordsvormen bijv. moeten op een gegeven moment zonder de lange beslissingsprocedure correct geschreven kunnen worden. Dit is de eis van *verkorting* van de handelingsstructuur, die in elk onderwijsleerproces aan de orde komt.⁶ Het is nu gebleken, dat niet elke uitvoerige handelingsstructuur zich even goed leent tot latere verkorting. M.a.w. de constructie van een aanvangshandelingsstructuur (i.c. de vorm van het gekozen algoritme) is niet onverschillig ten aanzien van de mogelijkheid van verkorting. Wij zullen in de volgende paragraaf enige onderzoeken bespreken, waarin deze vraagstelling in het middelpunt staat.

5. De vormgeving van algoritmen

Het probleem, hoe bij de vormgeving van algoritmen rekening kan worden gehouden met leerpsychologische factoren zoals de verkorting, is door de kampioen voor algoritmisering van het onderwijs, de Rus Landa, pas in de laatste tijd aan de orde gesteld (Landa, 1973). Hij was toen reeds 'uitgedaagd' door zijn landgenoten, de Leningradse psychologen Kuljutkin en Suchobskaja, die in een zeer belangrijk artikel uit 1967 deze vraag aan de orde stelden. Deze auteurs gingen ervan uit, dat algoritmen op geheel verschillende manieren kunnen worden voorgesteld. Een algoritme is immers in wezen een logische structuur, die op verschillende manieren kan worden zichtbaar gemaakt. Het bekende boomschema waarmee Landa bij voorkeur opereert, vormt slechts één van de mogelijkheden. Dit is ook Landa bekend, want in zijn hoofdwerk (Landa, 1969) beschrijft hij bijv. ook de notatiewijze van Ljapunov. Maar met het onderwijspsychologische aspect van de weergave van een algoritme heeft hij zich niet beziggehouden.

Kuljutkin en Suchobskaja nu, ontwierpen een *visuele schematisering* van algoritmische structuren. Volgens hen worden de visuele schema's gemakkelijker door kinderen toegepast, ze sluiten directer aan bij wat kinderen spontaan geneigd zijn te doen, aldus de auteurs, en leggen bovendien minder hindernissen in de weg als het om verkorting van het handelen gaat. In enkele experimenten, die in hetzelfde artikel worden beschreven, trachtten ze hun visie te staven (vgl. de samenvatting van het artikel bij Van Parreren & Carpay, 1972, blz. 128 e.v. waar ook de gebruikte visuele schema's zijn afgebeeld).

Op de bewijsvoering van Kuljutkin en Suchobskaja lijkt overigens wel het een en ander af te dingen. Met name is het de vraag, of de betere resultaten die de beide Russen met de visuele schema's verkregen wel aan het visuele karakter hiervan mogen worden toegeschreven, en of niet door een *andere constructie* van het boomalgoritme even goede resultaten zouden zijn te verkrijgen.

Dit laatste werd in eerste instantie onderzocht door Wolters (1974). Zij koos hiertoe hetzelfde probleem als de Russische onderzoekers, nl. het plaatsen van leestekens in samengestelde zinnen, en met name het kiezen uit punt en vraagteken aan het eind van zinnen als:

– Heb je hem gevraagd, waar hij vanavond naar toeging?

– Zij vroeg hem: 'Waar ga je vanavond naar toe?'

– Zij vroeg hem, waar hij vanavond naar toeging.

Kuljutkin en Suchobskaja concludeerden uit individuele experimenten dat de werkwijze die leerlingen volgden die tot goede resultaten kwamen, op zijn hoogst een tweeledige structuur vertoonde, nl.: nagaan of er een vraag in de directe rede in de zin voorkomt, en – als dit niet het geval is – nagaan of de hoofdzin vragend is. Wolters construeerde nu een boomalgoritme, waarin de stappen zo nauwkeurig mogelijk met deze 'natuurlijke' handelingsstructuur overeenkwamen. Ze noemt dit een *werkalgoritme*, in tegenstelling tot het door Kuljutkin en Suchobskaja gebruikte boomalgoritme, dat ze *structuraalgoritme* noemt. Een opvallend verschil tussen werk- en structuraalgoritme is, dat bij het werkalgoritme overeenkomstige beslissingen in verschillende takken voorkomen (bijv.: staat er een vraag in de zin? Vgl. Wolters, 1974, blz. 311), terwijl daarentegen het structuraalgoritme op een logisch zo 'economisch' mogelijke wijze is opgebouwd. Dit laatste is ook kennelijk een eis die Landa aan de door hem gebruikte algoritmen stelt, al vermeldt hij dit nergens expliciet.

Wolters werkte in haar experimenten nu met een viertal condities, nl. een structuraalgoritme-conditie,

een werkalgoritme-conditie, een visueel-schema-conditie en een controlegroep. (De derde conditie werd zoveel mogelijk overeenkomstig Kuljutkin & Suchobskaja ingericht.) Het resultaat van haar onderzoek lijkt haar vooropstelling te bevestigen: ze vond in twee achtereenvolgende experimenten geen significante verschillen tussen de condities visueel-schema en werkalgoritme. Daarentegen waren de verschillen tussen deze beide condities en de structuraalgoritme-conditie wel in drie van de vier gevallen significant. Overigens moet worden opgemerkt, dat Wolters wel tot twee keer toe vond, dat de visueel-schema-groep het kleinste foutengemiddelde vertoonde. Aan deze tendentie moet echter niet te veel betekenis worden toegekend, omdat uit een na-experiment, waarin de ppn. werd gevraagd het gebruikte schema te reproduceren, bleek dat het werkalgoritme beter onthouden werd dan de visuele schema's. Dit wijst weer op de 'natuurlijkheid' van het werkalgoritme.

Het onderzoek van Wolters voegt aan de door Kuljutkin en Suchobskaja geopende discussie dus een belangrijk argument toe. Of het een deugdelijk argument is, werd vervolgens onderzocht in een ander Utrechts onderzoek en wel door Bouwmeester (1974). Deze onderwierp zowel de studie van de Russische onderzoekers als die van Wolters aan een kritisch onderzoek, waarbij verschillende feilen aan het licht kwamen, die ze in haar eigen onderzoek heeft trachten te vermijden. De belangrijkste verbeteringen die Bouwmeester invoerde, zijn de volgende.

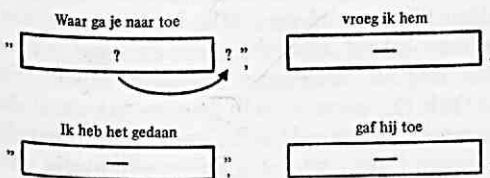
1. Er werd een *realistischer onderwijsleersituatie* gecreëerd. Een voorbeeld hiervan is het volgende. Wolters gebruikte als criterium op grond waarvan zij de kinderen leerde directe en indirecte rede te onderscheiden, het wel of niet voorkomen van dubbele punt, aanhalingstekens en hoofdletter. Bouwmeester daarentegen redeneert, dat de kinderen de begrippen directe en indirecte rede op school moeten leren hanteren op basis van andere, meer essentieel taalkundige kenmerken; *op grond van* de beslissing directe/indirecte rede moeten ze immers leren de leestekens dienovereenkomstig te zetten. Ze voert daarom in al haar condities een instructie ten aanzien van deze grammaticale begrippen in. Bovendien gebruikt ze als toetsmateriaal zinnen, waarin niet alleen punt of vraagteken aan het eind ontbreken, maar waarin alle leestekens en hoofdletters nog moeten worden gezet.

2. Bouwmeester heft voorts enkele *beperkingen in het door de vroegere onderzoekers gebruikte zinnen-*

materiaal op: tot dan toe werd alleen gewerkt met zinnen waarin de hoofdzin voorafgaat aan de bijzin, en kwamen in de directe rede uitsluitend vragende zinnen voor. Ook hierdoor wint haar opzet aanmerkelijk aan levenscheerheid. De opgaven – en dus ook het te onderwijzen algoritme – worden er natuurlijk gecompliceerder door, maar dit maakt aan de andere kant de conclusies die uit het onderzoek te trekken zijn waardevoller.

3. Zeer belangrijk is, dat Bouwmeester in de door Kuljutkin en Suchobskaja onderwezen beslissings-procedure een logische fout ontdekte (die door Wolters ongemerkt werd overgenomen) waardoor de ppn. alleen maar tot correcte resultaten konden komen als ze ten dele op een intuïtief niveau bleven handelen. Dit kan dus een belangrijke foutenbron geweest zijn. Het zou te ver voeren een en ander in extenso uiteen te zetten; de essentie van Bouwmeesters kritiek is, dat in het voorafgaande onderzoek het criterium voor wat 'een vraag in de zin' is, wisselt: de ene keer is een *semantisch* criterium bedoeld (heeft de zin vraaghoud), de andere keer is een *taalkundig* criterium noodzakelijk (staat de zin in de vragende vorm). Ten gevolge van deze ontdekking was Bouwmeester genoodzaakt een ander algoritme te construeren. Bovendien bleek het noodzakelijk de kinderen te leren hoe ze de vragende vorm konden herkennen. Dit gebeurde daarom in alle condities. Ten slotte werd óók in alle condities onderwezen, hoe hoofd- en bijzin zijn te onderscheiden (dit in verband met de grotere diversiteit van het zinnenbestand, vgl. punt 2).

Bouwmeester werkte in haar experiment met drie condities: één met een boomalgoritme, één met visuele schema's en één met een zuiver verbale ('traditionele') instructie. Zoals al is opgemerkt, moest het boomalgoritme nieuw worden geconstrueerd. Bouwmeester trachtte het echter zoveel mogelijk de vorm van een werkalgoritme in de zin van Wolters te geven. Voor de visuele-schema-conditie waren een groter aantal schema's nodig dan tot nu toe, doordat immers met een grotere diversiteit van zinnen werd gewerkt. Wij geven hier enkele schema's die niet bij de vroegere onderzoekers voorkwamen:



De wijze waarop Bouwmeester het onderwijs in de verschillende condities inrichtte, kan hier niet besproken worden. Wij vermelden slechts haar hoofdresultaat, nl. dat de conditie met visuele schema's de grootste vooruitgang vertoonde van voor- naar natoets, terwijl de algoritme-conditie het minst van de drie opleverde. In de discussie over haar resultaten maant Bouwmeester echter terecht tot voorzichtigheid. Om te beginnen leidde de instructie in de hulpmiddel-groepen (algoritme of visuele schema's) niet alleen tot een verhoging van het aantal correct geplaatste vraagtekens en aanhalingstekens, maar nam ook het aantal 'ongewenste' vraagtekens en aanhalingstekens toe. Bij de verbale instructie was van een dergelijk effect niets te merken. Dit wijst erop, dat het onderwijs in de hulpmiddelgroepen voor verbetering vatbaar is geweest. Waarschijnlijk speelt hierbij ook een rol de onervarenheid van Nederlandse leerlingen en onderwijzers als het gaat om het werken met dergelijke schematiserende hulpmiddelen (in het Russische onderwijs is het gebruiken van dergelijke schema's vanaf de laagste klassen een normaal verschijnsel).

Een tweede aspect van Bouwmeesters onderzoek dat de conclusies enigermate wankel maakt, is het feit, dat zij tussen haar groepen vrij grote verschillen op de voortoets vond. Door tijdsgebrek was er geen gelegenheid dit euvel te vermijden.

Het belangrijkste punt dat Bouwmeester in haar discussie aan de orde stelt, is echter, dat vergelijking van de effectiviteit van resp. boomalgoritme, visuele schema's en verbale instructie in zoverre misleidend is, dat het succes dat met één van deze methoden bereikt wordt altijd medebepaald wordt door bepaalde kwaliteiten van de onderwijsprocedure als geheel. Een van de voorbeelden die ze hiervan in haar eigen onderzoek geeft, is het volgende. Bij beslissingsproblemen zoals de plaatsing van leestekens (hetzelfde geldt trouwens voor het schrijven van de werkwoordsvormen) kan men twee aspecten onderscheiden, nl. het *inzicht* dat de leerling verwerft in de eraan ten grondslag liggende principes, en het beheersen van de *technische afwikkeling*. Boomalgoritmen zijn op het tweede aspect gericht; dat het eerste erdoor verwaarloosd wordt, wordt juist nogal eens als bezwaar naar voren gebracht tegen de algoritmisering in het onderwijs. Daar staat tegenover, dat de traditionele verbale instructie, waar deze optimaal plaatsvindt, weliswaar de nadruk legt op het ontstaan van inzicht, maar de technische afwikkeling voor een belangrijk deel aan de leerlingen pleegt over te laten. Nu kan men zich natuurlijk afvragen, of inzicht nog van belang is als de technische afwikkeling wordt beheerst, althans bij zulk soort in

wezen technische aangelegenheden als de correcte schrijfwijze van de taal. Hier schuilt inderdaad een belangrijk probleem, dat zeker niet geheel is opgehelderd.⁷ Voorlopig mogen wij echter wel zeggen, dat ook als de technische afwikkeling via algoritmen (in boom- of andere vorm) wordt aangeleerd, inzicht nuttig lijkt met het oog op het verdere verloop van het leerproces, als verkorting gaat optreden, en indien algoritmen door vergeten onbetrouwbaar worden.

Terugkerend tot het onderzoek van Bouwmeester: zij merkt zelf op, dat één van de gunstige aspecten van haar visuele-schema-conditie waarschijnlijk is geweest, dat de daarbij gevolgde onderwijsprocedure bij de leerlingen een goed evenwicht tussen inzicht en technische afwikkeling teweegbracht, meer dan in haar twee andere condities. Dit wil dus zeggen, dat het voordeel niet aan het gebruiken van visuele schema's als zodanig hoeft te worden toegeschreven.

Wij hebben het probleem van de vormgeving van algoritmen geïntroduceerd in verband met het vraagstuk van de verkorting. Nu blijkt tevens, maar niet los daarvan, ook het punt van de inzichtigheid van het algoritme belangrijk te zijn. Ook van hieruit kunnen er aan de vormgeving van de algoritmische hulpmiddelen en de erop betrekking hebbende onderwijsprocedures bepaalde eisen worden gesteld. Wij willen nog aan twee onderzoeken aandacht besteden, waarin deze problematiek in het centrum heeft gestaan.

Het eerste is een in de Sovjetunie verricht onderzoek op het gebied van het vreemde-talenonderwijs (Gochlerner, 1972; zie voor een uitgebreide samenvatting Van Parreren, 1975). Gochlerner ontwikkelde een nieuwe procedure om moeilijke grammaticale structuren van een vreemde taal te onderwijzen, waarbij hij gebruik maakte van een *combinatie* van boomalgoritmen à la Landa en visuele schema's à la Kuljutkin-Suchobskaja. Door een zinvolle introductie en gebruik van deze hulpmiddelen in de cursus bleek het mogelijk een aantal gunstige effecten te bereiken. Zo kon het aantal vereiste lessen in vergelijking met de traditionele, 'verbale' methode tot de helft worden teruggebracht, werd het ideaal van foutloze beheersing door de leerlingen dicht benaderd, en verliep ook de verkorting gunstig, zoals bleek uit een mondelinge toets waarin de leerlingen uiteraard geen tijd hadden om telkens een serie achtereenvolgende beslissingen te voltrekken. Een interessant detail was dat bij Gochlerner's procedure een significante correlatie aantoonbaar was tussen 'kennis van de grammatica' (i.c. van de algoritmen en de erin gebruikte begrippen) en 'praktisch ge-

bruik'. In de controle-conditie, waarin de traditionele procedure werd gevolgd, was een dergelijke correlatie niet aantoonbaar. Dit bevestigt nog eens, dat het werken met een algoritme leidt tot een veel betere integratie van de kennis in het praktische handelen. Het probleem van het functioneren is er in principe opgelost.

Deze fraaie resultaten vloeien echter niet voort uit een gedachtengang waarin de keuze tussen boomalgoritmen en visuele schema's eenvoudig werd opgelost door ze allebei te gebruiken, in de zin van 'wat het een niet doet, doet het andere wel', maar uit de weloverwogen functies, die Gochlerner deze hulpmiddelen in zijn programma verleende. De visuele schema's introduceerde hij nl. met het oog op het doen ontstaan van inzicht in de betrokken grammaticale structuur. Via de visuele schema's waren de leerlingen in staat om het vervolgens geïntroduceerde boomalgoritme te begrijpen. Een belangrijke functie kent Gochlerner de visuele schema's ook toe bij de verkorting van de handeling. Juist doordat het visuele schema een simultaan overzicht mogelijk maakt (in tegenstelling tot het successief te doorlopen boomalgoritme), en ook doordat de schema's zich a.h.w. op de constructie laten leggen (ze kunnen met woorden worden ingevuld), is het produceren van de grammaticale structuur in principe mogelijk zonder dat een omslachtige gelede handeling wordt uitgevoerd. Het boomalgoritme heeft bij Gochlerner vooral de functie om de leerlingen met de in de schema's belichaamde principes te leren werken.

Een tweede onderzoek, waarin van een combinatie van boomalgoritme en visuele schema's gebruik gemaakt is, werd verricht door Carpay (1974; 1975). Carpay kiest echter een andere wijze van combineren: hij plaatst de verschillende schema's *in* de boom. De leerlingen – die in dit geval het z.g. aspect van werkwoorden moesten bepalen zoals dat in de Slavische talen voorkomt – konden zich bij de vertakkingen van de boom zowel aan de verbaal geformuleerde vraag als aan het visuele schema oriënteren. Belangrijker dan deze op zichzelf interessante gedachte is o.i. echter een ander onderdeel van Carpay's onderwijsprogramma. Carpay richtte nl. de door hem ontworpen boom zodanig in, dat de ruimteverdeling binnen de boom zo gunstig mogelijk was met het oog op de latere verkorting van de handlingsstructuur. Zo is er in zijn boom een horizontale scheidingslijn, waarboven alle beslissingen tot de keuze 'onvoltooid aspect' leiden, en waaronder uitsluitend nog de beslissing 'voltooid aspect' voorkomt. Ook ten aanzien van wat rechts en links in de boom geplaatst werd heeft Carpay rekening gehouden met een latere, veel vluchtiger oriëntatie van de

leerling, als ruimtelijke positie binnen de boombe-slissingsstructuur het voornaamste hulpmiddel blijft (vgl. de afbeelding bij Carpay, 1975, blz. 144). Met deze procedure werden mooie resultaten bereikt – het gaat hierbij om een 'berucht' onderdeel van de Russische grammatica – al is de correlatie tussen praktisch hanteren en inzicht in de schema's bij hem niet zo fraai als bij Gochlerner. Maar natuurlijk moeten wij er rekening mee houden, dat Carpay slechts een onderwijsprogramma van drie uur gebruikte. Hoofdzaak is dat hij een bijzonder waardevolle gedachte heeft gelanceerd voor de oplossing van het probleem van de verkorting bij het aanleren van oplossingsprocedures via algoritmen.

6. Denkgeregels en heuristieken

Wij keren ten slotte terug tot het onderwijs in de meer creatieve vormen van denken. Ook hier bespreken wij een recent Utrechts onderzoek, en wel over het leren oplossen van eenvoudige schaakopgaven (Van Loon, 1974). Dit onderzoek, dat opgezet werd naar aanleiding van een Russische publikatie uit de school van Gal'perin (Talyzina & Jakovlev, 1968, vertaling in Van Parreren & Carpay, 1972), was gericht op de vergelijking van enkele trainingsprocedures, met name van een procedure waarin uitsluitend schaakheuristieken werden aangeleerd en een procedure waarin bovendien denkgeregels werden gegeven, m.a.w. waarin de schaakheuristieken tegen een achtergrond van een algemene probleemanalyse werden geplaatst.

Evenals bij de Russische onderzoekers had de training betrekking op enkele elementaire schaakeindspelen, en wel de matvoeringen van de koning – alleen door koning en dame, koning en toren en koning en twee lopers. De algoritmen die voor deze eindspelen zijn te construeren zijn vrij gecompliceerd, en worden bovendien door (menselijke) schakers nooit gebruikt: deze oriënteren zich aan de visuele constellatie van de stukken op het bord. Hiervoor gelden verschillende heuristieken die Van Loon in twee van haar drie condities aan haar ppn. onderwees (de derde conditie was een controleconditie waarin alleen zetvolgorden zonder wezenlijk commentaar werden gedemonstreerd). Zulke heuristieken zijn bijv.: zoveel mogelijk velden van de vijandelijke koning afsnijden, en zorgen voor de samenwerking van de eigen stukken. In één van de experimentele condities werden bovendien *denkgeregels* ingevoerd, waarbij Van Loon zich met name oriënteerde aan Polya (1945). Regels die gebruikt werden waren bijv.: het zich afvragen wat het doel

is (mat), wat de kenmerken van het doel zijn (wanneer staat de koning mat?), het bereiken van het doel in een serie stappen, enz. In de onderwijsprocedure werd integratie nagestreefd tussen deze denkgeregels en de schaakheuristieken, doordat telkens aan de hand van gedemonstreerde matvoeringen het verband tussen de verschillende soorten regels werd aangetoond.

Een van de belangrijkste resultaten had betrekking op de eindtoets, waarin de proefpersonen (vierde klassers uit het basisonderwijs) van elk eindspeltipe vijf stellingen op te lossen kregen, die niet in de trainingsfase aan de orde waren geweest. Uit het totaalresultaten van deze toets bleek, dat de resultaten in de conditie denkgeregels + heuristieken significant beter waren dan in de conditie heuristieken, en deze weer dan die in de controleconditie. Tot zover dus een bevestiging van hetgeen op grond van het door ons in paragraaf 1 geschetste model van het oplossingsproces te verwachten viel: indien men proefpersonen heuristieken voor een bepaald type probleem leert, zal hij meer problemen oplossen; leert men hem ook nog het een en ander ten aanzien van probleemanalyse in het algemeen, dan zal de oplossingskans nog groter worden. Ook bevestigde het onderzoek van Van Loon de door Landa getrokken conclusie, dat onderwijs in denktechniek mogelijk en effectief is (vgl. paragraaf 3).

Omdat uit observatie was gebleken, dat de kinderen ook in de conditie met de uitgebreidste training hun zetten niet altijd op voldoende nauwkeurige wijze kozen, ging Van Loon er in een tweede experiment toe over de onderwijsprocedure in beide experimentele condities te verbeteren, en wel door gebruik te maken van een principe uit de onderwijs-theorie van Gal'perin, nl. de materialisering van handelingen met het oog op het leerproces. In concreto liet zij de kinderen fiches van een bepaalde kleur neerleggen op velden die de vijandelijke koning beheerst en fiches van een andere kleur op velden die de eigen stukken bestrijken. Op deze wijze werden de op grond van de heuristieken 'velden afsnijden' en 'samenwerking van stukken' uit te voeren handelingen op materieel niveau gebracht. Ook voor de instructie ten aanzien van de denkgeregels in de conditie waarin deze werden ingevoerd, werd van de genoemde vorm van materialisering gebruik gemaakt. De overgang naar het verbale, resp. perceptuele niveau werd in hoofdzaak aan de kinderen zelf overgelaten.

Ook dit experiment werd afgesloten met een na-toets, die op dezelfde wijze was ingericht als bij het eerste experiment. In één opzicht bleken de resultaten te voldoen aan de verwachtingen: ze lagen nl.

in beide experimentele condities op hoger niveau dan in het eerste experiment. Maar alleen het verschil tussen de condities van het eerste en het tweede experiment, waarin géén denkgeregels werden onderwezen, was significant. Frappant was ook, dat het verschil tussen de condities met en zonder denkgeregels *binnen* het nieuwe experiment praktisch afwezig was. Een vergelijking van de resultaten der beide experimenten komt er dus op neer, dat door de invoering van materiële handelingen in de trainingsprocedure de resultaten van beide experimentele condities ongeveer op het niveau van de denkgregel-conditie in het eerste experiment zijn komen te liggen.

Dit leidt tot een soortgelijke conclusie als waartoe wij bij de analyse van de algoritme-experimenten zijn gekomen, nl. dat men bij een beoordeling van de effectiviteit van onderwijsprocedures zich niet blind moet staren op de ingevoerde *regels*, maar dat men vooral ook de aard van de *onderwijsprocedure* waarin de regels worden overgebracht in aanmerking moet nemen.

Er is nog een laatste punt in het onderzoek van Van Loon, dat onze aandacht vraagt. Zij bepaalde van haar proefpersonen de intelligentie in de vorm van een ISI-score, en correleerde deze met hun schaakprestaties, gemeten op de eindtoets en op de formatieve toetsen tijdens de trainingsprocedure. In het eerste experiment leverde dit een aanzienlijke correlatie op (rond 0,70); in het tweede experiment was echter geen correlatie aantoonbaar. Achter deze cijfers schuilt een onderwijskundig zeer belangrijke stand van zaken. Er blijkt nl. uit, dat de intelligentere kinderen in veel hogere mate dan hun minder intelligente leeftijdsgenootjes van de training in het eerste experiment profiteerden. Door de invoering van de trapsgewijze procedure volgens Gal'perin (materialisering, verbale fase, enz.) verdween dit verschil. M.a.w. de aldus verbeterde onderwijsmethode stelde ook de zwakkere leerlingen in staat zich de onderwezen oplossingsmethoden eigen te maken.

Natuurlijk betreft het hier slechts een tweetal experimenten. Wij willen er dan ook geen vergaande conclusies aan verbinden. Wel van essentieel belang achten wij het, dat vooral en juist ook bij het zoeken naar onderwijsmogelijkheden waardoor het oplossen van problemen kan worden ontwikkeld, aandacht wordt besteed aan de effectiviteit van de procedures voor een brede scala van leerlingen. Zo'n procedure hoort immers een kleine bijdrage te leveren in de richting van het ideaal van 'gelijke kansen'.

Noten

1. Soms neemt men tussen algoritmen en heuristieken nog tussenvormen aan, zoals bijv. Landa (1971), die semi-algoritmen en semiheuristieken onderscheidt. Met name het begrip semiheuristiek lijkt, althans zoals hij het definieert, weinig zinvol.
2. Bij het formuleren van heuristieken voor een bepaald probleemgebied zoals het schaken tracht men in het algemeen tot steeds nauwkeuriger formulering van identificatiecriteria en handelingsvoorschriften te komen. De Groot (1974) heeft dit proces van succesieve precisering bijzonder fraai beschreven, en daarbij „uitzonderingen leren”, onderscheiden van ‘regels leren’. Een principiële tegenstelling tussen deze twee zien wij echter niet.
3. Strikt genomen hoeft een denktechnische regel niet gekend te worden om zich in het denkverloop te doen gelden. Men kan tijdens het oplossen ‘intuïtief’ te werk gaan op een wijze die in expliciete vorm kan worden beschreven als heuristiek of denkgregel. Of het procesverloop bij impliciet en bij expliciet volgen van denktechnische regels exact gelijk is, staat overigens te bezien.
4. Landa (1969) onderscheidt in hetzelfde verband twee soorten kennis: ‘De kennis die in het denken functioneert kan men verdelen in twee grote categorieën: kennis van objectieve eigenschappen van en betrekkingen tussen objecten en verschijnselen, en kennis omtrent de daaraan uit te voeren handelingen.’ (Landa, t.a.p., blz. 15).
5. Als het gaat om de opleiding voor praktische taken die in principe algoritmiseerbaar zijn, is het het verstandigst alle noodzakelijke kennis niet afzonderlijk in ‘theorielessen’ te onderwijzen, maar direct tijdens het aanleren van de algoritmen. Anders ontstaat het veel voorkomende beeld van de slecht functionerende ‘theorie’ tijdens de ‘practica’. Voor de opleiding van verkeersleiders voor de luchtvaart hebben wij dit elders uiteengezet (Van Parreren 1974).
6. Verkorting van een handeling kan, maar hoeft niet te leiden tot volledige automatisering van de handeling.
7. Met name is het niet duidelijk, wat iemand het subjectieve gevoel geeft ‘inzicht’ te hebben in een relatiegeheel, dat in wezen arbitrair is (zoals bijv. de werkwoordspelling).

Literatuur

- Bouwmeester, E., *Wat is een algoritme waard?* Doctoraal scriptie Utrecht, Psychologisch Laboratorium, 1974.
- Carpay, J. A. M., Foreign-language teaching and meaningful learning. A Soviet Russian point of view. *ITL Review of Applied Linguistics* 1974, 25-26, 161-187.
- Carpay, J. A. M., *Onderwijs-leerpsychologie en leergang-ontwikkeling in het moderne vreemde-talenonderwijs*. Dissertatie Utrecht 1975.

- Duncker, K., *Zur Psychologie des produktiven Denkens*. Berlin: Springer, 1935.
- Gochlerner, M. M., *Trapsgewijze vorming van grammaticale mechanismen van de vreemde (Duitse) taal*. In: A. N. Zdan & M. M. Gochlerner, *Psychologische mechanismen van het leren van de grammatica van moedertaal en vreemde taal*. Moskou; Uitg. MGU, 1972 (in het Russ.).
- Groot, A. D. de, *Over fundamentele ervaringen: prolegomena tot een analyse van gesprekken met schakers*. *Pedagogische Studiën* 1974, 51, 329-349.
- Kooreman, H. J., *Werkboek voor de spelling van de werkwoordsvormen*. Intern rapport 1974.
- Kuljutkin, Ju. N., *Heuristische methoden in het oplossingsproces*. Moskou: Pedagogika, 1970 (in het Russ.; Ned. samenvatting in Van Parreren & Van Loon, z.a.).
- Kuljutkin, Ju. N. & G. S. Suchobskaja. *Het gebruik van aanschouwelijke schema's bij het leren van grammaticale vaardigheden*. *Voprosy Psichologii* 1967 no. 1 (in het Russ.).
- Landa, L.N., *De vorming van algemene denkmethoden bij de leerlingen voor het oplossen van problemen*. *Voprosy Psichologii* 1959 no. 3 (in het Russ.).
- Landa, L. N., *Algorithmierung im Unterricht*. Berlin: Volk und Wissen, 1969.
- Landa, L. N., *Instructional grammar and types of thinking activity*. Proc. XVII International Congress of Applied Psychology. Liège, 1971.
- Landa, L. N., *Methode en algoritme (Een begrippen-analyse)*. *Voprosy Psichologii* 1973 no. 4. Ned. samenvatting door M. C. Schouten-van Parreren, Psychologisch Laboratorium Utrecht.
- Loon-Vervoorn, W. A. van, *Enige aspecten van het leren van schaakdenken op basis van de theorie van Gal'perin*. *Ned. Tijdschr. Psychologie* 1974, 29, 731-746.
- Parreren, C. F. van, *Het functioneren van leerresultaten*. In: C. F. van Parreren & J. Peeck, *Informatie over leren en onderwijzen*. Groningen: Tjeenk Willink, 3e druk, 1974.
- Parreren, C. F. van, *The training of air traffic controllers: an analysis from the standpoint of the psychology of learning*. Seminar Automation and training. Euro-control, Luxembourg 1974.
- Parreren, C. F. van, *Grammatical knowledge and grammatical skill*. In: A. J. van Essen & J. P. Menting, *The context of foreign-language learning*. Assen: Van Gorcum, 1975.
- Parreren, C. F. van & J. A. M. Carpay, *Sovjetpsychologen aan het woord*. Groningen: Tjeenk Willink, 1972.
- Parreren, C. F. van & W. A. van Loon-Vervoorn, *Denken*. Teksten en analyses Sovjet-psychologie 1. Groningen: Tjeenk Willink, 1975.
- Pólya, G., *How to solve it*. Princeton: Princeton Univ. Press, 1946.
- Talyzina, N. F. & J. V. Jakovlev, *Verschillende typen van oriëntering bij het leren van elementaire onderdelen van het schaken*. 1968. Vert. in Van Parreren & Carpay (z.a.).
- Wolters, M. A. D., *Algoritmen en aanschouwelijke schema's in het grammatica-onderwijs*. *Pedagogische Studiën* 1974, 51, 307-315.